

**MATEMAATIKA
TÄIENDUSÕPE
YMA0090**

Kairi Kasemets

kairi.kasemets@ttu.ee
staff.ttu.ee/~ kairik

Teemad:

1. absoluutväärtus, absoluutväärtusi sisaldavad võrrandid ja võrratused;
2. võrratuste ja võrratussüsteemide lahendamine, võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamine, determinant;
3. funktsiooni määramispiirkond, muutumispiirkond, funktsiooni periood, paaris või paaritu funktsioon;
4. logaritmifunktsioon, eksponentfunktsioon, trigonomeetrilised funktsioonid;
5. funktsiooni piirväärtus, funktsiooni tuletis, liitfunktsiooni tuletis, tuletise rakendused;
6. aritmeetiline ja geomeetriline jada;
7. jooned tasapinnal, piirkondade määramine;
8. integraal;
9. sirge ruumis, tasand.

Arvestuseks on vajalik vähemalt 7 tunnist osavõtt ning arvestustöö punktisumma vähemalt 51 punkti. Lisaks on vaja ka aine ÕIS-s deklareerida.

Rühmad:

50-55 PUNKTI

Õppejõud Jüri Kurvits

Tunnid **teisipäev ja neljapäev 16.00-19.15**
aud. U02-102

56 - 65 PUNKTI

Õppejõud Kairi Kasemets

Tunnid **esmaspäev ja kolmapäev 16.00-**
19.15 aud. U02-102

66 - 75 PUNKTI

Õppejõud Annemai Raidjõe

Tunnid **esmaspäev ja teisipäev 16.00-**
19.15 aud. U03-103

1. Leida täpne väärtus:

$$\frac{\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right]^0}{2^{-1}}$$

2. Arvutada

$$(15\sqrt{50} + 5\sqrt{200} - 3\sqrt{450}) : \sqrt{10}$$

Korrutamise abivalemid

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Hulkliikme lahutamine tegureiks

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

kus x_1 ja x_2 on ruutvõrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ nullkohad.

3. Lihtsustada avaldis ja arvutada selle väärtus:

$$\left(\frac{a^2 + 8}{a^3 - 8} + \frac{a}{a^2 + 2a + 4} + \frac{1}{2 - a} \right) \cdot \left(\frac{a^2}{a^2 - 4} - \frac{2}{2 - a} \right)$$

kui

$$a = \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} \right]^{-1}.$$

4. Lihtsustada avaldis, tulemus tähistada $f(x)$, moodustada funktsioon $y = f(x)$ ja joonestada saadud funktsiooni graafik:

$$2 \left[\left(\frac{x^2 + y^2}{y} + x \right) \cdot \left(x - \frac{x^2}{x + y} \right) \right] : \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} - 3$$

5. Lahendada

$$\frac{1 + \frac{x}{4}}{2} + \frac{\frac{7x}{2} + 1}{6} - \frac{1 + 5x}{24} - \frac{\frac{7}{2} + 6x}{12} = \frac{1}{3}$$

6. Lahendada

$$\left(1 - \frac{6 - x}{3} \right) \cdot \frac{1}{2} + 2x - \left(\frac{x}{2} - \frac{3 + x}{4} \right) = 6$$

Absoluutväärtus

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{kui } a \geq 0 \\ -a, & \text{kui } a < 0 \end{cases}$$

7. Lahendada

$$|x + 6| + 4 = 0$$

8. Lahendada

$$|4 - 2x| = 6$$

9. Lahendada võrrand

$$|x + 1| + x + 2 = |2 - x|$$

Ruutvõrrand $ax^2 + bx + c = 0$, lahendid

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Taandatud ruutvõrrand $x^2 + px + q = 0$, lahendid

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

10. Lahendada

$$2x(x - 15) = x(x - 4) + 3x^2 - 8x$$

11. Lahendada

$$(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$$

Murdvõrrand $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, kus $P(x)$ ja $Q(x)$ on muutja x suhtes polünoomid (hulkliikmed).
Lahendamiseks

$$P(x) = 0, \quad Q(x) \neq 0.$$

12. Lahendada

$$\frac{2x^2 + 4x - 6}{(x + 3)(x - 17)} = 0$$

13. Lahendada

$$\frac{x + 1}{4x} - \frac{5x - 1}{2x - 4} = \frac{8 - x}{3x^2 - 6x} - \frac{x - 5}{x - 2}$$

14. Lahendada

$$\frac{13}{x^3 + 1} - \frac{17x + 10}{5x^2 - 5x + 5} = -\frac{5}{x + 1}$$

15. Lahendada

$$\frac{x + a}{x - a} + \frac{x - a}{x + a} = \frac{a(3x + 2a)}{x^2 - a^2}$$

Juurvõrrand on võrrand, kus tundmatu esineb juuritavas. Lahendamiseks astendatakse võrrandi mõlemat poolt ühe ja sama astendajaga.

Juurvõrrandi lahendeid tuleb kontrollida!

16. Lahendada

$$\sqrt{70 - \sqrt[3]{10x + 56}} = 8$$

17. Lahendada

$$\sqrt[4]{2x - 7} = \sqrt[4]{3x - 10}$$

18. Lahendada

$$\sqrt{2x + 15} = \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 4}$$

Võrrandisüsteemi moodustavad samu tundmatuid sisaldavad kaks või enam võrrandit. Võrrandisüsteemi lahendid rahuldavad kõiki süsteemi kuuluvaid võrrandeid.

Lineaarvõrrandisüsteemide lahendamisel saab kasutada asendusvõtet, liitmisvõtet või determinante.

Võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

lahendamisel determinantide abil on lahendiks

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D}, \end{cases}$$

$$\text{kus } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0, \quad D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ ja}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

Meeldetuletuseks determinandi arvutamine:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2$$

19. Lahendada

$$\begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 5 \\ x-2y = 6 \end{cases}$$

20. Lahendada

$$\begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ x+y = 5 \end{cases}$$

21. Lahendada

$$\begin{cases} 2x - y - z = 5, \\ x + 3y - z = 4, \\ 5x + 2y + 2z = 8 \end{cases}$$

22. Lahendada

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x + 3y = 8 \\ z + 2 = -1 \end{cases}$$

Võrratusest räägitakse juhul, kui kaks matemaatilist avaldist on seotud ühega sümbolitest $<$, $>$, \leq või \geq .

Võrratuse lahendamine on muutuja nende väärtuste määramine, mille korral võrratus osutub tõeseks.

Võrratusesüsteemi lahendihulgaks on selle süsteemi üksikute võrratuste lahendihulkade ühisosa.

23. Lahendada

$$5x - 2 \leq 6x + 10$$

24. Lahendada

$$\frac{3x - 13}{10} - \frac{5x - 1}{4} < -\frac{5x + 1}{3}$$

25. Lahendada

$$-4x^2 + 3x + 1 > 0$$

26. Lahendada

$$x(5x + 11) > 3(5x + 11)$$

27. Lahendada

$$(5 - x)^3(2 + x)(2x + 6)^2 < 0$$

28. Lahendada

$$x^5 > x^3$$

29. Lahendada

$$(x + 2)(-x^2 + x + 6) < 0$$

30. Lahendada

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3} \geq 0$$

31. Lahendada

$$\begin{cases} (2x - 3)(x + 4) < 0 \\ (x - 2)(x + 1) < 0 \end{cases}$$

32. Leida suurim ja vähim täisarv, mis osutuvad süsteemi lahendiks

$$\begin{cases} \frac{2x - 1}{x} - \frac{x - 1}{x + 1} \leq 1 \\ \frac{3x - 1}{x + 2} \leq 1 \end{cases}$$