

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsiooni sõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsioonisõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsiooni sõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsiooni sõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes

$f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsiooni sõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

# Funktsioonide lähendamine

Funktsiooni lähendamine ehk **interpoleerimine** on funktsiooni jätkamine.

Olgu antud lõigul  $[a, b]$   $n + 1$  punkti  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ .

Selliseid punkte nimetatakse interpolatsiooni sõlmedeks. Olgu samas teada ka funktsiooni  $f(x)$  väärtused neis sõlmedes  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)$ . Kui funktsiooni  $f(x)$  väärtused väljaspool sõlmi pole teada, saabki rääkida interpolatsiooniülesandest: leida mingi funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et kehtiks tingimused

$$\Phi(x_j) = f(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Üldisem interpolatsiooniülesanne

$$\Phi^{(i)}(x_j) = f^{(i)}(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n, \quad i = 0, 1, \dots$$

Leidub parajasti üks ülimalt  $n$ –astme polünoom

$$\Phi(x) = \sum_{i=0}^n L_{n,i}(x) f(x_i),$$

mis rahuldab interpolatsioonitingimusi ja kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}.$$

Sellist polünoomi nimetatakse **Lagrange'i interpolatsioonipolünoomiks**.

Leidub parajasti üks ülimalt  $n$ –astme polünoom

$$\Phi(x) = \sum_{i=0}^n L_{n,i}(x)f(x_i),$$

mis rahuldab interpolatsioonitingimusi ja kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}.$$

Sellist polünoomi nimetatakse **Lagrange'i interpolatsioonipolünoomiks**.

Interpoleerimisviga  $E_n(x) = f(x) - \Phi(x)$ . Sõlmedes  $E_n(x_j) = 0$ ,  
 $j = 0, 1, \dots, n$ .

Ühtlase võrgu korral kehtib Lagrange'i interpolatsioonipolünoomi jaoks hinnang

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq |f^{(n+1)}(x)| h^{n+1},$$

kus  $h = x_j - x_{j-1}$  on võrgu samm.

Interpoleerimisviga  $E_n(x) = f(x) - \Phi(x)$ . Sõlmedes  $E_n(x_j) = 0$ ,  $j = 0, 1, \dots, n$ .

Ühtlase võrgu korral kehtib Lagrange'i interpolatsioonipolünoomi jaoks hinnang

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq |f^{(n+1)}(x)| h^{n+1},$$

kus  $h = x_j - x_{j-1}$  on võrgu samm.

Interpoleerimisviga  $E_n(x) = f(x) - \Phi(x)$ . Sõlmedes  $E_n(x_j) = 0$ ,  
 $j = 0, 1, \dots, n$ .

Ühtlase võrgu korral kehtib Lagrange'i interpolatsioonipolünoomi jaoks hinnang

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq |f^{(n+1)}(x)| h^{n+1},$$

kus  $h = x_j - x_{j-1}$  on võrgu samm.

Interpoleerimisviga  $E_n(x) = f(x) - \Phi(x)$ . Sõlmedes  $E_n(x_j) = 0$ ,  
 $j = 0, 1, \dots, n$ .

Ühtlase võrgu korral kehtib Lagrange'i interpolatsioonipolünoomi jaoks hinnang

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq |f^{(n+1)}(x)| h^{n+1},$$

kus  $h = x_j - x_{j-1}$  on võrgu samm.

# Diferentssuhte

Funktsiooni  $f(x)$  esimest järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}.$$

Funktsiooni  $f(x)$  teist järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j, x_k) = \frac{f(x_j, x_k) - f(x_i, x_j)}{x_k - x_i}.$$

Üldiselt saab  $m$ –järku diferentssuhte esitada  $m - 1$ –järku diferentssuhete kaudu

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) - f(x_i, \dots, x_{i+m-1})}{x_{i+m} - x_i}.$$

# Diferentssuhte

Funktsiooni  $f(x)$  esimest järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}.$$

Funktsiooni  $f(x)$  teist järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j, x_k) = \frac{f(x_j, x_k) - f(x_i, x_j)}{x_k - x_i}.$$

Üldiselt saab  $m$ –järku diferentssuhte esitada  $m - 1$ –järku diferentssuhete kaudu

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) - f(x_i, \dots, x_{i+m-1})}{x_{i+m} - x_i}.$$

# Diferentssuhte

Funktsiooni  $f(x)$  esimest järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}.$$

Funktsiooni  $f(x)$  teist järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j, x_k) = \frac{f(x_j, x_k) - f(x_i, x_j)}{x_k - x_i}.$$

Üldiselt saab  $m$ –järku diferentssuhte esitada  $m - 1$ –järku diferentssuhete kaudu

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) - f(x_i, \dots, x_{i+m-1})}{x_{i+m} - x_i}.$$

# Diferentssuhte

Funktsiooni  $f(x)$  esimest järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i}.$$

Funktsiooni  $f(x)$  teist järku diferentssuhte

$$f(x_i, x_j, x_k) = \frac{f(x_j, x_k) - f(x_i, x_j)}{x_k - x_i}.$$

Üldiselt saab  $m$ –järku diferentssuhte esitada  $m - 1$ –järku diferentssuhete kaudu

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+m}) - f(x_i, \dots, x_{i+m-1})}{x_{i+m} - x_i}.$$

## Polünoomi

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \\ & + \dots + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})\end{aligned}$$

nimetatakse **Newtoni interpolatsioonipolünoomiks**.

$n + 1$  sõlme jaoks saab leida ainult ühe  $n$ -astme polünoomi, seega langevad Lagrange' ja Newtoni polünoom kokku, st esitavad üht ja sama polünoomi.

## Polünoomi

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \\ & + \dots + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})\end{aligned}$$

nimetatakse **Newtoni interpolatsioonipolünoomiks**.

$n + 1$  sõlme jaoks saab leida ainult ühe  $n$ –astme polünoomi, seega langevad Lagrange' ja Newtoni polünoom kokku, st esitavad üht ja sama polünoomi.

## Polünoomi

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) + \\ & + \dots + f(x_0, x_1, \dots, x_n)(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})\end{aligned}$$

nimetatakse **Newtoni interpolatsioonipolünoomiks**.

$n + 1$  sõlme jaoks saab leida ainult ühe  $n$ –astme polünoomi, seega langevad Lagrange' ja Newtoni polünoom kokku, st esitavad üht ja sama polünoomi.

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

# Hermite' interpolatsioonipolünoom

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja olgu teada  $f(x_j)$  ning  $f'(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Sellisel juhul on võimalik leida funktsioon  $\Phi(x)$  nii, et

$$\Phi(x_j) = f(x_j),$$

ja

$$\Phi'(x_j) = f'(x_j), \quad j = 0, 1, \dots, n.$$

Ülimalt  $2n + 1$  astme polünoom, mis neid tingimusi rahuldab, on kujul

$$H(x) = \sum_{i=1}^n \left[ h_i(x)f(x_i) + \tilde{h}_i(x)f'(x_i) \right],$$

kus

$$h_i(x) = [1 - 2L'_{n,i}(x_i)(x - x_i)] [L_{n,i}(x)]^2,$$

$$\tilde{h}_i(x) = (x - x_i)[L_{n,i}(x)]^2,$$

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}.$$

Sellist polünoomi  $H(x)$  nimetatakse Hermite'i polünoomiks.

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}.$$

Sellist polünoomi  $H(x)$  nimetatakse Hermite'i polünoomiks.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusale, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusale. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusele, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusele. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ -astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusale, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusale. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusale, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusale. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusale, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusale. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon on lähendamine lineaarse funktsiooniga.*

*Ruutinterpolatsioon on lähendamine ruutfunktsiooniga.*

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusele, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusele. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Tükiti polünomiaalne interpolatsioon

Täpsema interpolateerimise jaoks võib konstrueerida interpolandi, mille sõlmede arv ei lähene lõpmatusale, kuid seda interpolanti saab kasutada osalõikudel, mille arv läheneb lõpmatusale. Selleks tuleb vaadeldav lõik  $[a, b]$  jaotada  $k$  osalõiguks ning igal osalõigul vaadeldakse  $l$ –astme interpolanti. Võrgu tihendamisel  $k \rightarrow \infty$ , ent  $l$  jääb samaks. Sellisel juhul

$$|f(x) - \Phi(x)| \leq Ch^{l+1} \rightarrow 0, \text{ kui } x_j - x_{j-1} \rightarrow 0.$$

*Tükiti lineaarne interpolatsioon* on lähendamine lineaarse funktsiooniga.

*Ruutinterpolatsioon* on lähendamine ruutfunktsiooniga.

# Interpoleerimine splineidega

## Definitsioon

*$l$ -järku splineiks siledusastmega  $p$  nimetatakse järgmiste omadustega funktsiooni  $S^{l,p}(x)$ :*

- 1.  $S^{l,p}(x)$  on ülimalt  $l$ -astme polünoom igal osalõigul  $[x_i; x_{i+1}]$ ;*
- 2.  $S^{l,p}(x)$  ise ja tema tuletised kuni järguni  $p$  (kaasa arvatud) on pidevad vahemikus  $(a; b)$ .*

Kõige lihtsam on splaine esitada baasisplineide ehk B-splineide abil.

# Interpoleerimine splineidega

## Definitsioon

*$l$ -järku splineiks siledusastmega  $p$  nimetatakse järgmiste omadustega funktsiooni  $S^{l,p}(x)$ :*

- 1.  $S^{l,p}(x)$  on ülimalt  $l$ -astme polünoom igal osalõigul  $[x_i; x_{i+1}]$ ;*
- 2.  $S^{l,p}(x)$  ise ja tema tuletised kuni järguni  $p$  (kaasa arvatud) on pidevad vahemikus  $(a; b)$ .*

Kõige lihtsam on splaine esitada baasisplineide ehk B-splineide abil.

# Interpoleerimine splineidega

## Definitsioon

*$l$ -järku splineiks siledusastmega  $p$  nimetatakse järgmiste omadustega funktsiooni  $S^{l,p}(x)$ :*

- 1.  $S^{l,p}(x)$  on ülimalt  $l$ -astme polünoom igal osalõigul  $[x_i; x_{i+1}]$ ;*
- 2.  $S^{l,p}(x)$  ise ja tema tuletised kuni järguni  $p$  (kaasa arvatud) on pidevad vahemikus  $(a; b)$ .*

Kõige lihtsam on splaine esitada baasisplineide ehk B-splineide abil.

# Interpoleerimine splineidega

## Definitsioon

*$l$ -järku splineiks siledusastmega  $p$  nimetatakse järgmiste omadustega funktsiooni  $S^{l,p}(x)$ :*

- 1.  $S^{l,p}(x)$  on ülimalt  $l$ -astme polünoom igal osalõigul  $[x_i; x_{i+1}]$ ;*
- 2.  $S^{l,p}(x)$  ise ja tema tuletised kuni järguni  $p$  (kaasa arvatud) on pidevad vahemikus  $(a; b)$ .*

Kõige lihtsam on splaine esitada baasisplineide ehk B-splineide abil.

# Interpoleerimine splineidega

## Definitsioon

*$l$ -järku splineiks siledusastmega  $p$  nimetatakse järgmiste omadustega funktsiooni  $S^{l,p}(x)$ :*

- 1.  $S^{l,p}(x)$  on ülimalt  $l$ -astme polünoom igal osalõigul  $[x_i; x_{i+1}]$ ;*
- 2.  $S^{l,p}(x)$  ise ja tema tuletised kuni järguni  $p$  (kaasa arvatud) on pidevad vahemikus  $(a; b)$ .*

Kõige lihtsam on splaine esitada baasisplineide ehk B-splineide abil.

*Lineaarsplainid*  $S^{1,0}(x)$ .

$$S^{1,0}(x) = \sum_{i=0}^k c_i B_i^{1,0}(x),$$

kus  $c_0, c_1, \dots, c_k$  on kordajad ja

$$B_i^{1,0}(x) = B^{1,0}\left(\frac{x - x_i}{h}\right).$$

$B^{1,0}(x)$  on spline, mis  $[-1; 1]$  erineb nullist, st

$$B^{1,0}(x) = \begin{cases} 1 + x, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 - x, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

*Lineaarsplainid*  $S^{1,0}(x)$ .

$$S^{1,0}(x) = \sum_{i=0}^k c_i B_i^{1,0}(x),$$

kus  $c_0, c_1, \dots, c_k$  on kordajad ja

$$B_i^{1,0}(x) = B^{1,0}\left(\frac{x - x_i}{h}\right).$$

$B^{1,0}(x)$  on spline, mis  $[-1; 1]$  erineb nullist, st

$$B^{1,0}(x) = \begin{cases} 1 + x, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 - x, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Lineaarsplainid  $S^{1,0}(x)$ .

$$S^{1,0}(x) = \sum_{i=0}^k c_i B_i^{1,0}(x),$$

kus  $c_0, c_1, \dots, c_k$  on kordajad ja

$$B_i^{1,0}(x) = B^{1,0}\left(\frac{x - x_i}{h}\right).$$

$B^{1,0}(x)$  on spline, mis  $[-1; 1]$  erineb nullist, st

$$B^{1,0}(x) = \begin{cases} 1 + x, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 - x, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Lineaarsplainid  $S^{1,0}(x)$ .

$$S^{1,0}(x) = \sum_{i=0}^k c_i B_i^{1,0}(x),$$

kus  $c_0, c_1, \dots, c_k$  on kordajad ja

$$B_i^{1,0}(x) = B^{1,0}\left(\frac{x - x_i}{h}\right).$$

$B^{1,0}(x)$  on spline, mis  $[-1; 1]$  erineb nullist, st

$$B^{1,0}(x) = \begin{cases} 1 + x, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 - x, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

*Kuupsplainid*  $S^{3,2}(x)$ .

Minimaalse pikkusega lõik, kus annab baasisplaini konstrueerida, on  $[x_{i-2}; x_{i+2}]$ . Baasisplain  $B^{3,2}(x)$  on kujul

$$B^{3,2}(x) = \begin{cases} (x+2)^3, & \text{kui } x \in [-2; -1] \\ 1 + 3(x+1) + 3(x+1)^2 - 3(x+1)^3, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ (2-x)^3, & \text{kui } x \in [1; 2] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Suvalise kuupsplaini saame esitada  $B$ -splainide lineaarkombinatsioonina.

*Kuupsplainid*  $S^{3,2}(x)$ .

Minimaalse pikkusega lõik, kus annab baasisplaini konstrueerida, on  $[x_{i-2}; x_{i+2}]$ . Baasisplain  $B^{3,2}(x)$  on kujul

$$B^{3,2}(x) = \begin{cases} (x+2)^3, & \text{kui } x \in [-2; -1] \\ 1 + 3(x+1) + 3(x+1)^2 - 3(x+1)^3, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ (2-x)^3, & \text{kui } x \in [1; 2] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Suvalise kuupsplaini saame esitada  $B$ -splainide lineaarkombinatsioonina.

*Kuupsplainid*  $S^{3,2}(x)$ .

Minimaalse pikkusega lõik, kus annab baasisplaini konstrueerida, on  $[x_{i-2}; x_{i+2}]$ . Baasisplain  $B^{3,2}(x)$  on kujul

$$B^{3,2}(x) = \begin{cases} (x+2)^3, & \text{kui } x \in [-2; -1] \\ 1 + 3(x+1) + 3(x+1)^2 - 3(x+1)^3, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ (2-x)^3, & \text{kui } x \in [1; 2] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Suvalise kuupsplaini saame esitada  $B$ -splainide lineaarkombinatsioonina.

*Kuupsplainid*  $S^{3,2}(x)$ .

Minimaalse pikkusega lõik, kus annab baasisplaini konstrueerida, on  $[x_{i-2}; x_{i+2}]$ . Baasisplain  $B^{3,2}(x)$  on kujul

$$B^{3,2}(x) = \begin{cases} (x+2)^3, & \text{kui } x \in [-2; -1] \\ 1 + 3(x+1) + 3(x+1)^2 - 3(x+1)^3, & \text{kui } x \in [-1; 0] \\ 1 + 3(1-x) + 3(1-x)^2 - 3(1-x)^3, & \text{kui } x \in [0; 1] \\ (2-x)^3, & \text{kui } x \in [1; 2] \\ 0, & \text{mujal.} \end{cases}$$

Suvalise kuupsplaini saame esitada  $B$ -splainide lineaarkombinatsioonina.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

# Funktsioonide lähendamine vähimruutude meetodil

Olgu antud  $[a, b]$  nii, et  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  ja sõlmedes on teada  $f(x_j)$ , kus  $j = 0, 1, \dots, n$ . Tavalises interpolatsiooniülesandes otsime funktsiooni  $\Phi(x)$ , mis antud sõlmedes lähendaks funktsiooni  $f(x)$ . Kui interpolatsiooniülesanne on üle määratud, siis ei saa lahendada interpolatsiooniülesannet selle klassikalises mõistes. Lahenduseks oleks leida selline funktsioon  $\Phi(x)$ , mis sõlmedes langeb kõige paremini kokku funktsiooni  $f(x)$  väärtustega. Kahe funktsiooni erinevuste mõõtmiseks kasutame funktsiooni

$$J(\Phi) = \sum_{i=0}^n \kappa_i (\Phi(x_i) - f(x_i))^2,$$

kus  $\kappa_i > 0$  on kaalud, mis võimaldavad varieerida funktsioonide  $f(x)$  ja  $\Phi(x)$  kokkulangevust. Suurust  $J(\Phi)$  nimetatakse vähimruutude funktsionaaliks. Nii püstitatud ülesannet nimetatakse **vähimruutude ülesandeks**.

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$

Kui  $J(\Phi) = 0$ , siis on funktsionaali miinimum ka interpoleerimisülesande lahendiks.

Sellise minimeerimisülesande lahendiks sobib funktsioon

$$\Phi(x) = \sum_{j=1}^m c_j \phi_j(x),$$

kus  $c_1, c_2, \dots, c_m$  on konstandid,  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$  on etteantud klassi funktsioonid.

Funktsiooni  $J(c_1, c_2, \dots, c_m)$  miinimumi tarvilik tingimus on

$$\frac{\partial}{\partial c_k} J(c_1, c_2, \dots, c_m) = 0, \quad k = 1, \dots, m.$$

Kordajad  $c_1, c_2, \dots, c_m$  saab määrata  $m \times m$  lineaarsest võrrandisüsteemist

$$\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=0}^n \kappa_i \phi_j(x_i) \phi_k(x_i) \right] c_j = \sum_{i=0}^n \kappa_i f(x_i) \phi_k(x_i), \quad k = 1, \dots, m.$$