Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse *diferentsvalemiteks*.

Kasutame diferentsvalemite tuletamiseks Taylori valemit: funktsiooni $f(x)$ Taylori valem punktis a

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

kus $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$, $\xi \in (x, a)$.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse *diferentsvalemiteks*.

Kasutame diferentsvalemite tuletamiseks Taylori valemit: funktsiooni $f(x)$ Taylori valem punktis a

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

kus $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$, $\xi \in (x, a)$.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse *diferentsvalemiteks*.
Kasutame diferentsvalemite tuletamiseks Taylori valemit:
funktsiooni $f(x)$ Taylori valem punktis a

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

kus $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \xi \in (x, a)$.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse *diferentsvalemiteks*.
Kasutame diferentsvalemite tuletamiseks Taylori valemit:
funktsiooni $f(x)$ Taylori valem punktis a

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_n(x),$$

kus $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \xi \in (x, a)$.

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi\in(x,a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi\in(x,a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi \in (x, a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} - \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi\in(x,a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi\in(x,a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi \in (x,a)$. Et $x-a = a+h-a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} - \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a+h$, kus $h>0$. Seame eesmärgiks leida $f'(a)$. Selleks esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a+h$. Saame

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\frac{f''(\xi)}{2}(x-a)^2,$$

kus $\xi \in (x,a)$. Et $x-a=a+h-a=h$, siis

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(\xi)}{2}h^2.$$

$$f'(a)=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}-\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a)\approx\frac{f(a+h)-f(a)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga ette.**

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$. Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.
Saame

$$f(a-h) = f(a) + f'(a)(-h) + \frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h, a)$.

$$f'(a) = \frac{f(a)-f(a-h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$.
Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.
Saame

$$f(a-h) = f(a) + f'(a)(-h) + \frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h, a)$.

$$f'(a) = \frac{f(a)-f(a-h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$. Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.

Saame

$$f(a-h)=f(a)+f'(a)(-h)+\frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h,a)$.

$$f'(a)=\frac{f(a)-f(a-h)}{h}+\frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$. Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.

Saame

$$f(a-h) = f(a) + f'(a)(-h) + \frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h, a)$.

$$f'(a) = \frac{f(a)-f(a-h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$. Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.
Saame

$$f(a-h) = f(a) + f'(a)(-h) + \frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h, a)$.

$$f'(a) = \frac{f(a)-f(a-h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis saab jääkliiget hinnata

$$\left|\frac{f''(\xi)}{2}h\right| \leq Ch,$$

st viga on suurusjärku h.

Analoogiliselt saab tuletada diferentsvalemi sammuga taha. Selleks olgu antud funktsiooni väärtused kahes punktis a ja $a-h$, kus $h>0$. Esitame funktsiooni $f(x)$ Taylori valemi järguni $n=1$ võttes $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.

Saame

$$f(a-h) = f(a) + f'(a)(-h) + \frac{f''(\xi)}{2}(-h)^2,$$

kus kus $\xi \in (a-h, a)$.

$$f'(a) = \frac{f(a)-f(a-h)}{h} + \frac{f''(\xi)}{2}h.$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \qquad (*)$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \quad (*)$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \qquad (*)$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \qquad (*)$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \qquad (*)$$

Kui h on väike, siis

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h}.$$

Valemit nimetatakse **diferentsvalemiks sammuga taha.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis on ka selle valemi viga suurusjärku h.

Täpsemate diferentsvalemite tuletamiseks on vaja kasutada Taylori valemit suurema n korral. Olgu teada funktsiooni $f(x)$ väärtused punktides $a-h$ ja $a+h$, kus $h > 0$. Leiame Taylori valemi $n = 2$ korral, kui $x = a + h$, siis

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}(x-a)^3,$$

$\xi \in (a, x)$. Et $x - a = a + h - a = h$, siis

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3. \qquad (*)$$

Kordame arutluskäiku, kui $x = a - h$, siis $x - a = a - h - a = -h$ ja Taylori valem on kujul

$$f(a-h) = f(a) - f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3. \quad (**)$$

$\eta \in (a-h, a)$.

Lahutame seosest (*) seose (**):

$$f(a+h) - f(a-h) = 2f'(a)h + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3.$$

Siit

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{f'''(\xi) + f'''(\eta)}{2 \cdot 3!}h^2.$$

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Valemit kutsutakse **keskmistatud** ehk **sümmeetriliseks diferentsvalemiks.**

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.

Kordame arutluskäiku, kui $x = a - h$, siis $x - a = a - h - a = -h$ ja Taylori valem on kujul

$$f(a-h) = f(a) - f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3. \quad (**)$$

$\eta \in (a-h, a)$.
Lahutame seosest (*) seose (**):

$$f(a+h) - f(a-h) = 2f'(a)h + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3.$$

Siit

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{f'''(\xi) + f'''(\eta)}{2 \cdot 3!}h^2.$$

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Valemit kutsutakse **keskmistatud** ehk **sümmeetriliseks diferentsvalemiks.**

Kui $f'''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.

Kordame arutluskäiku, kui $x = a - h$, siis $x - a = a - h - a = -h$ ja Taylori valem on kujul

$$f(a-h) = f(a) - f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3. \qquad (**)$$

$\eta \in (a-h, a)$.
Lahutame seosest (*) seose (**):

$$f(a+h) - f(a-h) = 2f'(a)h + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3.$$

Siit

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{f'''(\xi) + f'''(\eta)}{2 \cdot 3!}h^2.$$

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Valemit kutsutakse **keskmistatud** ehk **sümmeetriliseks diferentsvalemiks.**

Kui $f'''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.

Kordame arutluskäiku, kui $x = a - h$, siis $x - a = a - h - a = -h$ ja Taylori valem on kujul

$$f(a-h) = f(a) - f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3. \qquad (**)$$

$\eta \in (a-h, a)$.
Lahutame seosest (*) seose (**):

$$f(a+h) - f(a-h) = 2f'(a)h + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3.$$

Siit

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{f'''(\xi) + f'''(\eta)}{2 \cdot 3!}h^2.$$

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Valemit kutsutakse **keskmistatud** ehk **sümmeetriliseks diferentsvalemiks.**

Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2

Kordame arutluskäiku, kui $x = a - h$, siis $x - a = a - h - a = -h$ ja Taylori valem on kujul

$$f(a-h) = f(a) - f'(a)h + \frac{f''(a)}{2}h^2 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3. \quad (**)$$

$\eta \in (a-h, a)$.
Lahutame seosest (*) seose (**):

$$f(a+h) - f(a-h) = 2f'(a)h + \frac{f'''(\xi)}{3!}h^3 - \frac{f'''(\eta)}{3!}h^3.$$

Siit

$$f'(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{f'''(\xi) + f'''(\eta)}{2 \cdot 3!}h^2.$$

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Valemit kutsutakse **keskmistatud** ehk **sümmeetriliseks diferentsvalemiks.**
Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks.

Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.

Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.
Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.
Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$.
Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.
Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.
Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.

Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Tuletame ühe diferentsvalemi teist järku tuletise arvutamiseks. Peaksime selleks teadma funktsiooni $f(x)$ väärtust teadma vähemalt kolmes punktis. Olgu nendeks $a-h$, a ja $a+h$, kus $h>0$. Paneme kirja Taylori valemi järguni $n=3$ kahel juhul: kõigepealt $x=a+h$, siis $x-a=a+h-a=h$, teiseks $x=a-h$, siis $x-a=a-h-a=-h$. Saame vastavalt

$$f(a+h)=f(a)+f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4. \qquad (***)$$

$$f(a-h)=f(a)-f'(a)h+\frac{f''(a)}{2}h^2-\frac{f'''(a)}{3!}h^3+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4. \qquad (****)$$

$\xi\in(a,a+h)$ ja $\eta\in(a-h,a)$.
Liidame seosed (***) ja (****), saame

$$f(a+h)+f(a-h)=2f(a)+2\frac{f''(a)}{2}h^2+\frac{f^{IV}(\xi)}{4!}h^4+\frac{f^{IV}(\eta)}{4!}h^4.$$

Siis

$$f''(a) = \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi) + f^{IV}(\eta)}{4!}h^2$$

ning

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.
Rohkemaid diferentsvalemeid saab leida arvutusmeetodite käsiraamatutest.

Siis

$$f''(a) = \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi) + f^{IV}(\eta)}{4!}h^2$$

ning

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.

Rohkemaid diferentsvalemeid saab leida arvutusmeetodite käsiraamatutest.

Siis

$$f''(a) = \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi) + f^{IV}(\eta)}{4!} h^2$$

ning

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.
Rohkemaid diferentsvalemeid saab leida arvutusmeetodite käsiraamatutest.