

Eraldatud muutujatega DV

Eraldatud muutujatega DV üldkuju:

$$M(x)dx + N(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M(x)$ ja $N(y)$ on antud funktsioonid.

Eraldatud muutujatega DV

Eraldatud muutujatega DV üldkuju:

$$M(x)dx + N(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M(x)$ ja $N(y)$ on antud funktsioonid.

Teoreem

Olgu $M(x)$ pidev vahemikus (a, b) , ja $N(y)$ pidev vahemikus (α, β) ning $\forall (x, y) \in D = \{(x, y) : x \in (a, b), y \in (\alpha, \beta)\}$ korral $M^2(x) + N^2(y) \neq 0$, siis on võrrandi (1) üldlahendiks

$$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C \quad (2)$$

või

$$\int_{x_0}^x M(s)ds + \int_{y_0}^y N(s)ds = 0, \quad (2')$$

kus (x_0, y_0) on suvaline fikseeritud punkt piirkonnas D .

Tõestus

I Näitame, et $(1) \iff (2)$.

II Näitame, et Cauchy ülesanne

$$\begin{cases} M(x)dx + N(y)dy = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

on üheselt lahenduv ning lahend esitub kujul

$$\int_{x_0}^x M(s)ds + \int_{y_0}^y N(s)ds = 0.$$

Tõestus

I Näitame, et $(1) \iff (2)$.

II Näitame, et Cauchy ülesanne

$$\begin{cases} M(x)dx + N(y)dy = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

on üheselt lahenduv ning lahend esitub kujul

$$\int_{x_0}^x M(s)ds + \int_{y_0}^y N(s)ds = 0.$$

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Kasutame teoreemi ilmutamata funktsioonist.

Olgu $\Phi(x, y)$ korral täidetud:

a) $\Phi(x, y)$, $\Phi_x(x, y)$ ja $\Phi_y(x, y)$ määratud ja pidevad punkti (x_0, y_0) mingis ümbruses;

b) $\Phi(x_0, y_0) = 0$;

c) $\Phi_y(x_0, y_0) \neq 0$. (või $\Phi_x(x_0, y_0) \neq 0$)

Siis $\Phi(x, y) = 0$ esitab parajasti ühe funktsiooni $y = \varphi(x)$ (või $x = \xi(y)$), millel on järgmised omadused:

1) $\varphi(x)$ ($\xi(y)$) on määratud, pidev ja pidevalt diferentseeruv x_0 (y_0) mingis ümbruses ;

2) $\varphi(x_0) = y_0$ ($\xi(y_0) = x_0$);

3) $\Phi(x, \varphi(x)) \equiv 0$ x_0 mingis ümbruses ($\Phi(\xi(y), y) \equiv 0$ y_0 mingis ümbruses).

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.

Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.
Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.
Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.
Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.
Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

Eralduvate muutujatega DV

$$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0, \quad (1)$$

kus $M_1(x)$, $N_1(y)$, $M_2(x)$ ja $N_2(y)$ on antud funktsioonid.
Näiteks võrrand $xyy' = 1 + y^2$ on eralduvate muutujatega DV.

$$N_1(y)M_2(x) \left[\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy \right] = 0,$$

$$N_1(y) = 0,$$

$$M_2(x) = 0,$$

$$\frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = 0. \quad (2)$$

(2) üldlahend:

$$\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = C.$$

Lisaks veel lahendid $y = y_1$ ja $x = x_1$.

(2) üldlahend:

$$\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = C.$$

Lisaks veel lahendid $y = y_1$ ja $x = x_1$.

(2) üldlahend:

$$\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = C.$$

Lisaks veel lahendid $y = y_1$ ja $x = x_1$.

Homogeenne DV

Vaatame funktsiooni $f(x, y)$, mis on määratud $D \subset \mathbf{R}$. Olgu D selline, et $\forall (x, y) \in D$ korral $(tx, ty) \in D \forall t > 0$.

Definitsioon

Funktsiooni $F(x, y)$ nimetatakse α -astme homogeenseks funktsiooniks, kui kehtib seos

$$F(tx, ty) = t^\alpha F(x, y)$$

$\forall t > 0, \forall (x, y) \in D$.

Homogeenne DV

Vaatame funktsiooni $f(x, y)$, mis on määratud $D \subset \mathbf{R}$. Olgu D selline, et $\forall (x, y) \in D$ korral $(tx, ty) \in D \forall t > 0$.

Definitsioon

Funktsiooni $F(x, y)$ nimetatakse α -astme homogeenseks funktsiooniks, kui kehtib seos

$$F(tx, ty) = t^\alpha F(x, y)$$

$\forall t > 0, \forall (x, y) \in D$.

Näiteks on funktsioonid

$$f(x, y) = \frac{y - x}{x}$$

$$g(x, y) = x^2 - xy - 2y^2$$

homogeensed funktsioonid, ent

$$h(x, y) = \frac{x^3 + x^2y}{2 - y^3}$$

ei ole homogeenne.

Näiteks on funktsioonid

$$f(x, y) = \frac{y - x}{x}$$

$$g(x, y) = x^2 - xy - 2y^2$$

homogeensed funktsioonid, ent

$$h(x, y) = \frac{x^3 + x^2y}{2 - y^3}$$

ei ole homogeenne.

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandit $y' = f(x, y)$ nimetatakse homogeeneks, kui $f(x, y)$ on 0–astme homogeenne funktsioon:

$$f(tx, ty) = f(x, y), \quad t > 0.$$

Lause

Homogeenne DV $y' = f(x, y)$ taandub muutujate (x, u) suhtes eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandiks asendusega $u = \frac{y}{x}$.

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandit $y' = f(x, y)$ nimetatakse homogeeneks, kui $f(x, y)$ on 0–astme homogeenne funktsioon:

$$f(tx, ty) = f(x, y), \quad t > 0.$$

Lause

Homogeenne DV $y' = f(x, y)$ taandub muutujate (x, u) suhtes eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandiks asendusega $u = \frac{y}{x}$.

Lineaarne DV

Esimest järku lineaarse DV üldkuju on

$$A(x)y' + B(x)y + C(x) = 0,$$

kus $A(x)$ ja $B(x)$ on võrrandi kordajad ning $C(x)$ on vabaliige.

Kui $A(x) \neq 0$, siis saab võrrandi viia kujule

$$y' + p(x)y = q(x). \quad (1)$$

Lisame algtingimuse

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

ning moodustame Cauchy ülesande $\{(1),(2)\}$.

Lineaarne DV

Esimest järku lineaarse DV üldkuju on

$$A(x)y' + B(x)y + C(x) = 0,$$

kus $A(x)$ ja $B(x)$ on võrrandi kordajad ning $C(x)$ on vabaliige.
Kui $A(x) \neq 0$, siis saab võrrandi viia kujule

$$y' + p(x)y = q(x). \quad (1)$$

Lisame algtingimuse

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

ning moodustame Cauchy ülesande $\{(1),(2)\}$.

Lineaarne DV

Esimest järku lineaarse DV üldkuju on

$$A(x)y' + B(x)y + C(x) = 0,$$

kus $A(x)$ ja $B(x)$ on võrrandi kordajad ning $C(x)$ on vabaliige.
Kui $A(x) \neq 0$, siis saab võrrandi viia kujule

$$y' + p(x)y = q(x). \quad (1)$$

Lisame algtingimuse

$$y(x_0) = y_0. \quad (2)$$

ning moodustame Cauchy ülesande $\{(1),(2)\}$.

Lause

Olgu $p(x)$ ja $q(x)$ pidevad vahemikus (a, b) ning $x_0 \in (a, b)$. Siis leidub võrrandil (1) parajasti üks lahend $y = y(x)$, mis rahuldab tingimust (2).

Tõestus

Lause saab tõestada Cauchy teoreemi abil (vt esimene loeng).

Lineaarse DV $y' + p(x)y = q(x)$ lahendamise saab jagada kolmeks:

Lause

Olgu $p(x)$ ja $q(x)$ pidevad vahemikus (a, b) ning $x_0 \in (a, b)$. Siis leidub võrrandil (1) parajasti üks lahend $y = y(x)$, mis rahuldab tingimust (2).

Tõestus

Lause saab tõestada Cauchy teoreemi abil (vt esimene loeng).

Lineaarse DV $y' + p(x)y = q(x)$ lahendamise saab jagada kolmeks:

Lause

Olgu $p(x)$ ja $q(x)$ pidevad vahemikus (a, b) ning $x_0 \in (a, b)$. Siis leidub võrrandil (1) parajasti üks lahend $y = y(x)$, mis rahuldab tingimust (2).

Tõestus

Lause saab tõestada Cauchy teoreemi abil (vt esimene loeng).

Lineaarse DV $y' + p(x)y = q(x)$ lahendamise saab jagada kolmeks:

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

I lahendatakse vastav lineaarne homogeenne võrrand

$$y' + p(x)y = 0$$

$$y_h = Ce^{-\int p(x)dx}$$

II mittehomogeense võrrandi lahendamiseks saab kasutada konstantide varieerimise meetodit (Lagrange' i meetodit).

Nimelt asendatakse leitud lin. hom. DV lahendis konstant C sobiva funktsiooniga $C(x)$ nii, et

$$y_* = C(x)e^{-\int p(x)dx}$$

rahuldaks võrrandit (1).

Seega

$$y_* = e^{-\int p(x)dx} \int q(x)e^{\int p(x)dx} dx$$

III lin. DV üldlahendiks on

$$y = y_h + y_*.$$

Näide: Lahendada $u' + \frac{1}{x}u = -1$.

Lahendiks on $u = \frac{C}{x^2} - \frac{x}{3}$.

Näide: Lahendada $u' + \frac{1}{x}u = -1$.

Lahendiks on $u = \frac{c}{x^2} - \frac{x}{3}$.