



Andme-esitus – struktuurid ja algoritmid

- Mida oleks vaja?
 - Funktsioon $f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$
 - $f = ab + bc + ac$
 - Kaasfaktor, kofaktor (cofactor) $f_{x_i} = f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n)$ & $f_{\bar{x}_i} = f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n)$
 - $f_a = b + c$ & $f_{\bar{a}} = bc$
 - Shannon'i arendus (Boole's expansion) – $f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i \cdot f_{x_i} + \bar{x}_i \cdot f_{\bar{x}_i}$
 - $f = ab + bc + ac = a f_a + \bar{a} f_{\bar{a}} = a(b+c) + \bar{a}(bc)$
 - Boole'i diferentsiaal – $\partial f / \partial x_i = f_{x_i} \oplus f_{\bar{x}_i}$
 - näitab, kas funktsioon sõltub muutujast x_i – $\partial f / \partial a = f_a \oplus f_{\bar{a}} = (b+c) \oplus bc = \bar{b}c + b\bar{c}$
 - Konsensus (consensus) – $C_{x_i} = f_{x_i} \cdot f_{\bar{x}_i}$
 - näitab, milline osa funktsioonist ei sõltu muutujast x_i – $C_a = f_a \cdot f_{\bar{a}} = (b+c) \cdot (bc) = bc$
 - Tasandamine (smoothing) – $S_{x_i} = f_{x_i} + f_{\bar{x}_i}$
 - vastab muutuja x_i eemaldamisele funktsioonist – $S_a = f_a + f_{\bar{a}} = (b+c) + (bc) = b+c$
 - Üldistatud laiendamine (arendus) – $f \boxplus g = x_i \cdot (f_{x_i} \boxplus g_{x_i}) + \bar{x}_i \cdot (f_{\bar{x}_i} \boxplus g_{\bar{x}_i})$



Maatriks- e. vektor-esitus

- Tavaliselt üks rida implikandi kohta
- Võimalikud erinevad kodeeringud
- Kahend- ja mitmevalentne loogika samadel põhimõtetel - üks positsioon ühe sümboli jaoks

x	00	illegaalne
0	10	"0"
1	01	"1"
-	11	don't-care

a	b	c	d	
01.11.10.11				$1-0- = a\bar{c}$
0.1.1.1				$1-0- = a\bar{c}$
1.1.0.1				



Kodeerimisvõimalused

		and	(or)	legaalne?								
<table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>d</td> </tr> <tr> <td>01</td> <td>11</td> <td>10</td> <td>11</td> </tr> </table>	a	b	c	d	01	11	10	11	$1-0- = a\bar{c}$	sõnade '&'	sõnade ' '	ei tohi olla '00'
a	b	c	d									
01	11	10	11									
<table border="1"> <tr> <td>10</td> <td>00</td> <td>01</td> <td>00</td> </tr> </table>	10	00	01	00	$1-0- = a\bar{c}$	sõnade ' '	sõnade '&'	ei tohi olla '11'				
10	00	01	00									
<table border="1"> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> </table>	0	1	1	1	1	1	0	1	$1-0- = a\bar{c}$	sõnade '&'	sõnade ' '	ei tohi olla $\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$ (' ise-endaga)
0	1	1	1									
1	1	0	1									

(ja vastupidi...)



- **Funksioon –**
 $f = ab + bc + ac$

$$01 \ 01 \ 11 = ab$$

$$11 \ 01 \ 01 = bc$$

$$01 \ 11 \ 01 = ac$$

		c	b
a	0	0	1
	0	1	1

- **AND – ühisosa**

$$\text{AND} - (ab)(bc) = abc$$

$$01 \ 01 \ 01 = abc$$

$$\begin{aligned} (\bar{a}c)(bc) &= [10.11.01] \& [11.01.01] = \\ &= [10.01.01] = \bar{a}bc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\bar{a}c)(ab) &= [10.11.01] \& [01.01.11] = \\ &= [\underline{00}.01.01] = \underline{xxx} \end{aligned}$$

- **OR – ühend**

$$\text{OR} - 11 \ 01 \ 11 = b$$



$$f = ab+bc+ac$$

$$f_a = b+c$$

$$f_a^- = bc$$

$$01 \ 01 \ 11 = ab$$

$$11 \ 01 \ 01 = bc$$

$$01 \ 11 \ 01 = ac$$

$$01 \ 11 \ 11 = a$$

$$01 \ 01 \ 11 = ab$$

$$01 \ 01 \ 01 = abc$$

$$01 \ 11 \ 01 = ac$$

$$11 \ 01 \ 11 = b$$

$$11 \ 11 \ 01 = c$$

~~$$11 \ 01 \ 01 = bc$$~~

		c	b
	0	0	1
a	0	1	1

- **Kaasfaktor (kofaktor)**

- muutja või selle eitus
- ühisosa
- muutuja asendus ebaolulisega
- kaetuse kontroll

$$10 \ 11 \ 11 = \bar{a}$$

$$\underline{00} \ 01 \ 11 = !!$$

$$10 \ 01 \ 01 = \bar{abc}$$

$$\underline{00} \ 11 \ 01 = !!$$

$$11 \ 01 \ 01 = bc$$

MV-funktsiooni / funktsioonide süsteemi esitamine

- **Literaali – legaalsete väärtuste hulk**
 - implikant – rida tabelis
 - üks bitt iga valentsi kohta – näitab väärtuse olemasolu või puudumist

abc	xyz
011	110
111	101
0-0	101
00-	011
-01	010

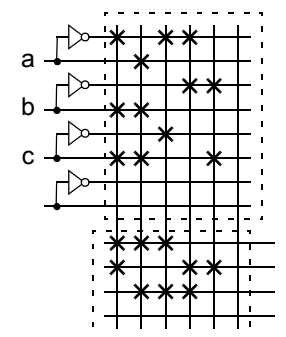
abc	e	o
011	{1, 2}	1
111	{1, 3}	1
0-0	{1, 3}	1
00-	{2, 3}	1
-01	{2}	1

abc	e	o
011	110	1
111	101	1
0-0	101	1
00-	011	1
-01	010	1

```

10 01 01 110
01 01 01 101
10 11 10 101
10 10 11 011
11 10 01 010
    
```

- **kaks bitti sisendi kohta / üks bitt väljundi kohta**
- **Võrdle PLA realisatsiooniga!**





Täpne minimeerimine (näide)

mintermid	gr.	abc	e		1. etapp	gr.	abc	e		2. etapp	gr.	abc	e	
	0	000	100	*		0	000	110	*		0	000	111	G
		000	010	*			000	101	*			0-0	101	H
		000	001	*			000	011	*			00-	011	I
	1	010	100	*			0-0	100	*					
		001	010	*			00-	010	*					
		001	001	*			00-	001	*					
		010	001	*			0-0	001	*					
	2	011	100	*		1	010	101	*					
		011	010	*			001	011	*					
		101	010	*			01-	100	A					
	3	111	100	*			0-1	010	B					
		111	001	*			-01	010	C					

gr.	a	b	c	e	
0	10	10	10	100	*
	10	10	10	010	*
	10	10	10	001	*
1	10	01	10	100	*
	10	10	01	010	*
	10	10	01	001	*
	10	01	10	001	*
2	10	01	01	100	*
	10	01	01	010	*
	01	10	01	010	*
3	01	01	01	100	*
	01	01	01	001	*

gr.	a	b	c	e	
0	10	10	10	110	*
	10	10	10	101	*
	10	10	10	011	*
	10	11	10	100	*
	10	10	11	010	*
	10	10	11	001	*
	10	11	10	001	*
1	10	01	10	101	*
	10	10	01	011	*
	10	01	11	100	A
	10	11	01	010	B
	11	10	01	010	C
2	10	01	01	110	D
	11	01	01	100	E
3	01	01	01	101	F

gr.	a	b	c	e	
0	10	10	10	111	G
	10	11	10	101	H
	10	10	11	011	I



Tautoloogia (tautology)

- Funktsiooni väärtus on alati tõene
- Võib lahendada rekursiivselt
 - laiendus mingi muutuja järgi
 - funktsioon on tautoloogia, kui kofaktorid on tautoloogiad
- Tautoloogia:
 - üks rida (implikant) koosneb ainult ühtedest
 - kate sõltub ainult ühest muutujast ja ei leidu 0-de veergu
 - ei ole tautoloogia – kattes leidub 0-de veerg

$$f = ab + ac + a\bar{b}\bar{c} + a$$

```
01 01 11
01 11 01
01 10 10
10 11 11
```

```
fa
11 01 11
11 11 01
11 10 10
```

```
fa-
11 11 11
```



```
fab
11 11 11
11 11 01
11 00 10
```

```
fab-
11 00 11
11 11 01
11 11 10
```

Tautoloogia -->



Sisaldumine

- Implikant A sisaldub kattes F siis ja ainult siis, kui F_A on tautoloogia
- ehk funktsiooni F kaasfaktor A järgi on tautoloogia

$$f = ac + b\bar{c}$$

$$01 \ 11 \ 01 = a\bar{c}$$

$$11 \ 01 \ 10 = b\bar{c}$$

ab kaetud?

$$f_{ab}$$

$$01 \ 01 \ 11$$

$$11 \ 11 \ 01 = \bar{c}$$

$$11 \ 11 \ 10 = c$$

tautoloogia

	c		b
	0	0	1
a	0	1	1

Inversioon e. täiend

- Inversioon – $\bar{f} = x \cdot \bar{f}_x + \bar{x} \cdot \bar{f}_x^-$ ($f' = x \cdot f'_x + x' \cdot f'_{x'}$)
 - vali muutuja
 - leia kofaktorid
 - invertteeri kofaktorid
- Lihtsustusi
 - kate on tühi – inversioon on universaalkuup (kõik ebaolulised)
 - kattes on 1-de rida – inversioon on tühi (tautoloogia)
 - kate koosneb ühest implikandist – De Morgan

$$01 \ 01 \ 11 = ab$$

$$11 \ 01 \ 01 = bc$$

$$01 \ 11 \ 01 = ac$$

		c		b	
		0	0	1	0
a		0	1	1	1

f

		c		b	
		1	1	0	1
a		1	0	0	0

\bar{f}



- Inversioon - $\bar{f} = x \cdot \bar{f}_x + \bar{x} \cdot \bar{f}_{\bar{x}}$

$$01 \ 01 \ 11 = ab$$

$$11 \ 01 \ 01 = bc$$

$$01 \ 11 \ 01 = ac$$

- vali muutuja - a
- leia kofaktorid - f_a, f_a^-
- $\bar{f} = a \bar{f}_a + \bar{a} \bar{f}_a^-$

$$f_a$$

$$f_a^-$$

$$11 \ 01 \ 11$$

$$11 \ 01 \ 01$$

$$11 \ 11 \ 01$$

- $f_a = b + c$ $f_a^- = bc$

$$f_{ab}$$

$$f_{ab}^-$$

$$11 \ 11 \ 11$$

$$11 \ 11 \ 01$$

- inverteerid kofaktorid

- $\bar{f}_a = b \bar{f}_{ab} + \bar{b} \bar{f}_{ab}^-$

- $f_{ab} = 1 \Rightarrow \bar{f}_{ab} = 0$

- $f_{ab}^- = c \Rightarrow \bar{f}_{ab}^- = \bar{c}$ (De Morgan)

$$\bar{f}_{ab}$$

$$\bar{f}_{ab}^-$$

$$00 \ 00 \ 00$$

$$11 \ 11 \ 10$$

$$b \ \bar{f}_{ab}$$

$$\bar{b} \ \bar{f}_{ab}^-$$

$$00 \ 00 \ 00$$

$$11 \ 10 \ 10$$

- $\bar{f}_a = b \ 0 + \bar{b} \ \bar{c} = \bar{b} \ \bar{c}$

$$\bar{f}_a$$

$$11 \ 10 \ 10$$



- inverteeritud kofaktorid (järg)

- $f_a^- = b c$

- $\bar{f}_a^- = (\text{De Morgan}) = \bar{b} + \bar{c}$

- $\bar{f} = a \bar{f}_a + \bar{a} f_a^-$

- $\bar{f} = a \bar{b} \bar{c} + \bar{a} \bar{b} + \bar{a} \bar{c}$

f_a^-	\bar{f}_a^-
11 01 01	11 10 11
	11 11 10

$a \bar{f}_a$	$\bar{a} f_a^-$
01 10 10	10 10 11
	10 11 10

\bar{f}
01 10 10
10 10 11
10 11 10

	c		b	
	1	1	0	1
a	1	0	0	0



Espresso

- **Laiendus – heuristilised võtted**

- Laiendada tuleks esimesena need intervallid, millede katmine teiste poolt on vähetõenäoline
- Kaalutud intervallid – mida suurem kaal, seda väiksem on võimalik kaetavus (“hõredalt asustatud ümbruskond”)
- Kaalude arvutamine
 - leia vektor, mis loendab 1-d veergudes
 - implikandi kaal – vektori ja positsioonide korrutiste summa

$$f = ab + ac + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}$$

01	01	11	vektor - [133333]
01	11	01	
01	10	10	kaalud - (12,12,9,13)
10	11	11	

- **Kitsendus – heuristilised võtted**

- Kaalutud intervallid – mida väiksem kaal, seda suuremad võimalused kitsendamiseks (“tihedalt asustatud ümbruskond”)



- **Liiasuse eemaldamine**
 - Oluliste intervallide kindlaks tegemine
 - Katte probleem lahendatakse heuristiliselt
 - Suhteliselt oluliste implikantide hulk E^r
 - implikandid, mis katavad minterme, mis pole teiste implikantide poolt kaetud
 - Täielikult liiaste implikantide hulk R^t
 - implikandid, mis on kaetud suhteliselt oluliste implikantide poolt
 - Osaliselt liiaste implikantide hulk R^p
 - ülejäänud implikandid
- **Espresso-Exact (täpne minimeerija)**
 - Täpne katte leidmine harude ja tőkete meetodil
 - Kompaktne implikanttabel
 - minterme, mis on kaetud samade implikantide poolt, vaadatakse kui ühte mintermi



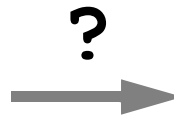
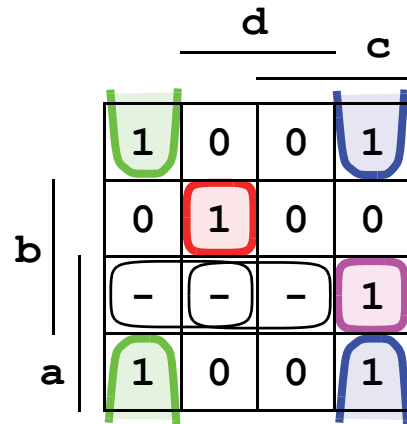
```
espresso ( F, D ) {  
    R = complement ( F  $\cup$  D );  
    F = expand ( F, R );  
    F = irredundant ( F, D );  
    E = essentials ( F, D );  
    F = F - E;  
    D = D  $\cup$  E;  
    repeat {  
        f2 = cost(F);  
        repeat {  
            f1 = |F|;  
            F = reduce ( F, D );  
            F = expand ( F, R );  
            F = irredundant ( F, D );  
        } until ( |F|  $\geq$  f1 );  
    } until ( cost(F)  $\geq$  f2 );  
    F = F  $\cup$  E;  
    D = D - E;  
    F = make_sparse ( F, D, R );  
}
```



Näide

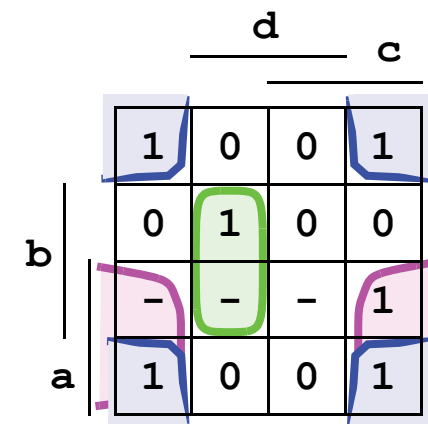
ülesanne

```
.i 4
.o 1
-000 1
-010 1
0101 1
1110 1
110- -
11-1 -
.e
```



tulemus

```
.i 4
.o 1
1--0 1
-101 1
-0-0 1
.e
```



```
F:      D:      | R:      (espr)
-000    110-    | 011-    -0-1
-010    11-1    | 01-0    011-
0101                    | 0-11    01-0
1110                    | -0-1
                    | -011
```

inverteerimine

DeMorgan

```
-000: 11 10 10 10 (inv) 11 01 11 11 + 11 11 01 11 + 11 11 11 01
-010: 11 10 01 10 (inv) 11 01 11 11 + 11 11 10 11 + 11 11 11 01
&: 11 01 11 11 & 11 01 11 11 -> 11 01 11 11
    11 01 11 11 & 11 11 10 11 -> 11 01 10 11 [kaetud, st.A&B=A]
    11 01 11 11 & 11 11 11 01 -> 11 01 11 01 [kaetud]
    ...
    11 11 11 01 & 11 11 11 01 -> 11 11 11 01
```

```
-1--
---1
```

```
jne. jne.
```




Näide (järg)

- **Laiendus: alustame väiksematest** (espresso alustab suurematest)

```
-000: 11 10 10 10 =13
-010: 11 10 01 10 =13
0101: 10 01 10 01 =8 *
1110: 01 01 01 10 =10
      33 22 22 31
```

- **Muutuja eemaldamine -> ei tohi kattuda ühegi implikandiga R-s!**

- toodud on ainult näited, kontrollida tuleb kõigi implikantidega

```
d -> 010-: 10 01 10 11 -> & 01-0: 10 01 11 10 = 0100: 10 01 10 10 !!
c -> 01-1: 10 01 11 01 -> & 0-11: 10 11 01 01 = 0111: 10 01 01 01 !!
b -> 0-01: 10 11 10 01 -> & -0-1: 11 10 11 01 = 0001: 10 10 10 01 !!
a -> -101: 11 01 10 01 -> & -011: 11 10 01 01 = -xx1: 11 00 00 01 OK
```

- **Järgmine laiendus**

```
-000: 11 10 10 10 =14
-010: 11 10 01 10 =14
-101: 11 01 10 01 =12
1110: 01 01 01 10 =11*
      34 22 22 31
```



Näide (järg)

b → 1-10: 01 11 01 10 → & -0-1: 11 10 11 01 = 101x: 01 10 01 00 OK

c → 1--0: 01 11 11 10 → & 01-0: 10 01 11 10 = x1-0: 00 10 11 10 OK

-000: 11 10 10 10 =16

-010: 11 10 01 10 =15*

-101: 11 01 10 01 =14 (ei saa enam laiendada)

1--0: 01 11 11 10 =17

34 32 32 31

c → -0-0: 11 10 11 10 → & 011-: 10 01 01 11 = 0x10: 10 00 01 10 OK

- **Kaetususe kontroll: A & B == A**

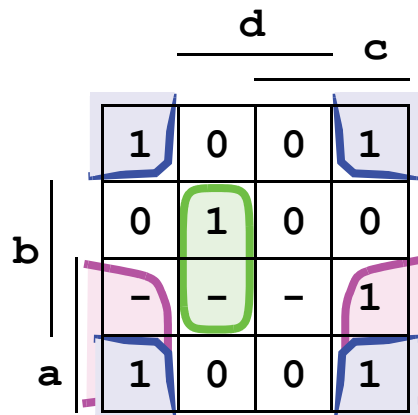
-0-0: 11 10 11 10 & -000: 11 10 10 10 = -0-0: 11 10 11 10 [B eemaldada]

- **Tulemus:**

-0-0: 11 10 01 10

-101: 11 01 10 01

1--0: 01 11 11 10





Väljundpolaarsuse määramine

- Ühe väljundiga funktsioon
 - eraldi minimaalsed katted 1-de ja 0-de järgi
- Ebapraktiline m-väljundi puhul - eksiteerib 2^m polaarsuste kombinatsiooni
- Heuristiline lähenemine (Sasao 1984)
 - uus $2m$ -väljundiga funktsioon - lisa m-väljundit vastavad inversioonidele
 - heuristiline või täpne minimeerimine
 - uus kate - otse- või inverteeritud väljundid
 - kate avaldis ~ Petrik'i meetod

	f_1	f_2	f_3	\bar{f}_1	\bar{f}_2	\bar{f}_3
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	1	0	0
c	0	1	0	0	0	0
d	1	0	0	0	1	0
e	0	0	1	0	0	0
f	0	0	0	1	0	0
g	0	0	0	0	1	0
h	0	0	0	0	0	1

$$(ad+bf) (bc+dg) (e+h)=1$$

$$abcde+abcdh+adeg+adgh+bcfe+bcfh+bdefg+bd fgh=1$$

$$a d e g \rightarrow f_1, \bar{f}_2, f_3$$

Väljundpolaarsuse määramine – näide

- Kodutöö näidislahendusest

```

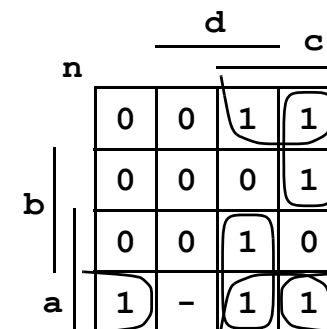
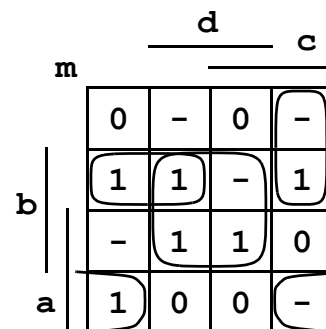
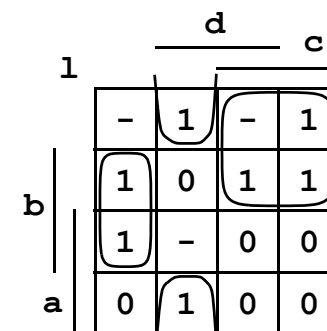
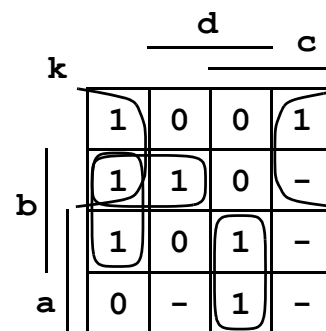
.i 4
.o 4
0000 1-00
0001 01-0
0010 11-1
0011 0-01
0100 1110
0101 1010
0110 -111
0111 01-0
1000 0011
1001 -10-
1010 -0-1
1011 1001
1100 11-0
1101 0-10
1110 -000
1111 1011
.e

```

```

espresso
.i 4
.o 4
.p 10
-001 0100
-100 1100
1-11 1001
10-0 0011
010- 1010
-1-1 0010
0-10 0011
0-1- 0100
-01- 0001
0--0 1000
.e

```



4 2-AND, 6 3-AND, 1 3-OR, 3 4-OR -- kokku 41 literaali

Väljundpolaarsuse määramine – näide

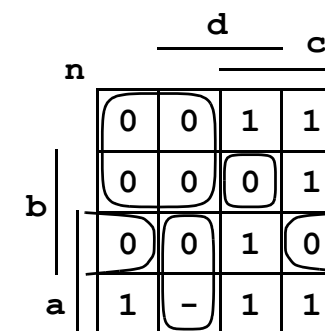
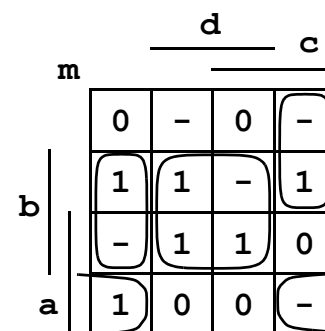
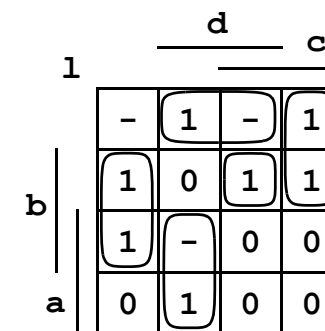
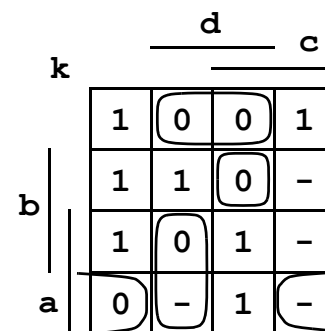
- Kodutöö näidislahendusest – inverteeritud väljundid?

espresso -Dopoall

```
.i 4
.o 4
.p 9
#ph. 0110
11-0 0001
10-0 1010
0111 1101
00-1 1100
0-10 0110
-100 0110
0-0- 0001
-1-1 0010
1-01 1101
.e
```

Variantide kokkuvõte

```
0000 -- c=10(0) in=28 out=14 tot=42
0001 -- c=10(0) in=29 out=16 tot=45
0010 -- c=11(0) in=29 out=14 tot=43
0011 -- c=10(0) in=28 out=15 tot=43
0100 -- c=10(0) in=28 out=15 tot=43
0101 -- c=10(0) in=28 out=16 tot=44
0110 -- c=9(0) in=26 out=17 tot=43
0111 -- c=9(0) in=25 out=17 tot=42
1000 -- c=9(0) in=25 out=15 tot=40
1001 -- c=10(0) in=26 out=14 tot=40
1010 -- c=10(0) in=25 out=14 tot=39
1011 -- c=9(0) in=24 out=15 tot=39
1100 -- c=9(0) in=25 out=17 tot=42
1101 -- c=10(0) in=27 out=15 tot=42
1110 -- c=11(0) in=29 out=16 tot=45
1111 -- c=10(0) in=26 out=15 tot=41
```



2 2-AND, 6 3-AND, 1 4-AND, 3 4-OR, 1 5-OR -- kokku 43 literaali



Väljundpolaarsuse määramine – näide

- Kodutöö näidislahendus veelgi paremaks?

```

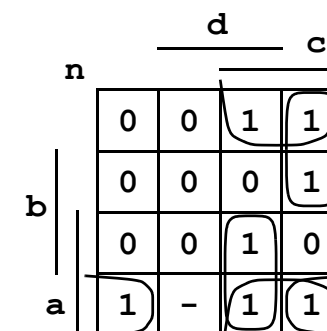
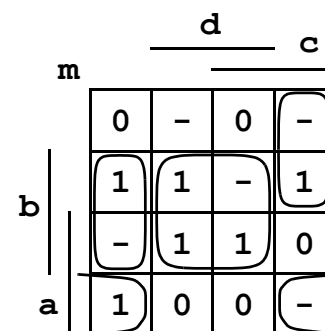
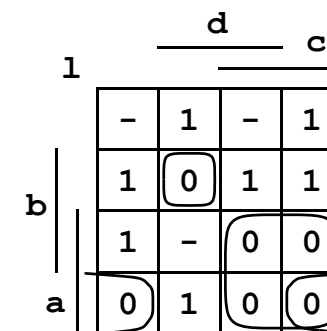
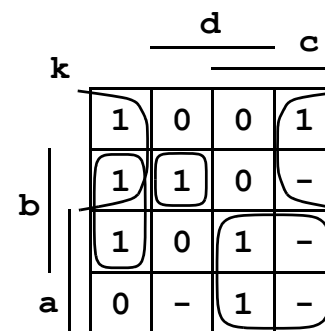
.i i 4
.o o 4
0000 1-00
0001 00-0
0010 10-1
0011 0-01
0100 1010
0101 1110
0110 -011
0111 00-0
1000 0111
1001 -00-
1010 -1-1
1011 1101
1100 10-0
1101 0-10
1110 -100
1111 1111
.e

...
1011 -- c=9(0) in=24 out=15 tot=39
...
1111 -- c=10(0) in=26 out=15 tot=41

Teine väljund invertteeritult?

.p p 9
0101 1100
1-11 0001
-100 1010
-1-1 0010
-01- 0001
0-10 0011
0--0 1000
10-0 0111
1-1- 1100

```



4 2-AND, 4 3-AND, 1 4-AND, 1 3-OR, 3 4-OR -- kokku 39 literaali

- Töötab ka väljundit invertteerimata, kui kasutada käsku “.phase 1011” (enne sisend-tabelit)



Viite mudel & viite minimeerimine

- **Sünteesi tulemuse kontroll**
 - viide on nõutavast väiksem
 - sisend/väljund signaalide ajastus on korrektne
- **Minimeerimine**
 - vähima pindala puhul peab viide jääma etteantud piiridesse
 - viite minimeerimisel peab pindala jääma etteantud piiridesse
- **Viite mudel**
 - sõltub loogikalülide (alamavaldiste) viite mudelitest
- **Skeemi viite modelleerimine**
 - topoloogilised mudelid (funktsionaalsuse arvestamisega või ilma)

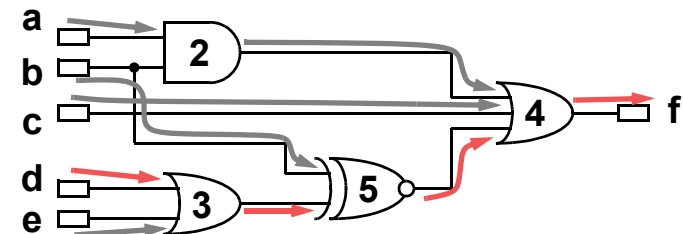


Viite arvutamine

- **Loogikaelemendi (alamavaldisse) viite mudel**
 - virtuaalsed loogikalülid – loogika-avaldised
 - lihtsaim mudel – ühikviide sõlme kohta
 - täpsustatud mudelid – sõltuvad koormatusest (fanout) ja/või avaldisse keerukusest
- **Andmete valmisoleku-ajad (data-ready time) - t_i**
 - sisenditest väljundite suunas arvutamine
 - millal andmed/signaalid kohale jõuavad, nt. hilistumine eelnevates moodulites
 - $t_i = d_i + \max_{j|(j,i) \in E} t_j$
- **Nõutud andmete valmisoleku-ajad (required data-ready time) - \bar{t}_i**
 - väljunditest sisendite suunas arvutamine
 - millal andmed/signaalid peavad valmis olema, nt. taktiperioodi piirang
 - $\bar{t}_i = \min_{j|(i,j) \in E} (\bar{t}_j - d_j)$
- **Sobivus (lõtvus, slack) – $s_i = \bar{t}_i - t_i$**
 - erinevus nõutud ja tegelike andmete valmisoleku-aegade vahel

Viite arvutamine – andmete valmisoleku-ajad

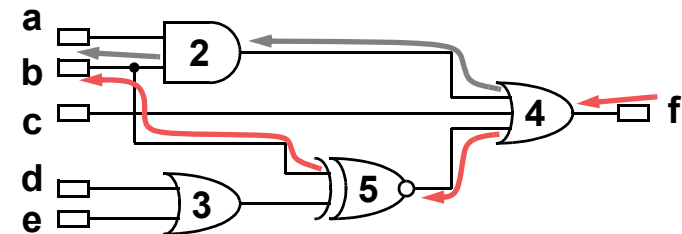
- $t_i = d_i + \max_{j|(j,i) \in E} t_j$
- sisendid \rightarrow väljundid
 - $t_a = t_b = t_e = 0; t_c = 5; t_d = 1;$
 - $t_2 = \max(t_a, t_b) + d_2 = \max(0, 0) + 2 = 2$
 - $t_3 = \max(t_d, t_e) + d_3 = \max(1, 0) + 3 = 4$
 - $t_5 = \max(t_b, t_3) + d_5 = \max(0, 4) + 5 = 9$
 - $t_4 = \max(t_2, t_c, t_5) + d_4 = \max(2, 5, 9) + 4 = 13$
 - $t_f = \max(t_4) + d_f = \max(13) + 0 = 13$
- Suurim viide – 13





Viite arvutamine – andmete nõutavad valmisoleku-ajad

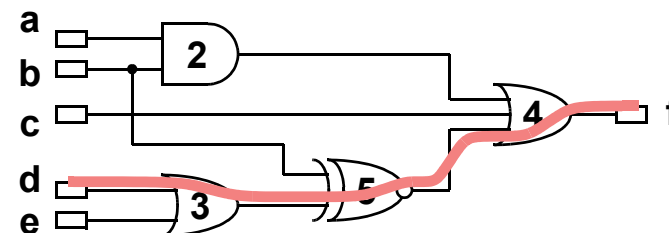
- $\bar{t}_i = \min_{j|(i,j) \in E} (\bar{t}_j - d_j)$
- väljundid \rightarrow sisendid
 - $t_a = t_b = t_e = 0; t_c = 5; t_d = 1; \bar{t}_f = 15;$
 - $\bar{t}_4 = \min(\bar{t}_f - d_f) = \min(15 - 0) = 15$
 - $\bar{t}_5, \bar{t}_2 = \min(\bar{t}_4 - d_4) = \min(15 - 4) = 11$
 - $\bar{t}_3 = \min(\bar{t}_5 - d_5) = \min(11 - 5) = 6$
 - $\bar{t}_a = \min(\bar{t}_2 - d_2) = \min(11 - 2) = 9$
 - $\bar{t}_b = \min(\bar{t}_2 - d_2, \bar{t}_5 - d_5) = \min(11 - 2, 11 - 5) = 6$
 - $\bar{t}_c = \min(\bar{t}_4 - d_4) = \min(15 - 4) = 11$
 - $\bar{t}_d, \bar{t}_e = \min(\bar{t}_3 - d_3) = \min(6 - 3) = 3$



Viite arvutamine – sobivus ja kriitiline tee

- Sobivus (slack) – $s_i = \bar{t}_i - t_i$

- $s_a = \bar{t}_a - t_a = 9 - 0 = 9$
- $s_b = \bar{t}_b - t_b = 6 - 0 = 6$
- $s_c = \bar{t}_c - t_c = 11 - 5 = 6$
- $s_d = \bar{t}_d - t_d = 3 - 1 = 2$
- $s_e = \bar{t}_e - t_e = 3 - 0 = 3$



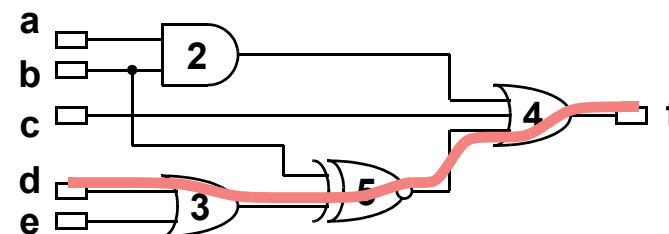
sõlm	a	b	c	d	e	2	3	5	4	f
t_x	0	0	5	1	0	2	4	9	13	13
\bar{t}_x	9	6	11	3	3	11	6	11	15	15
s_x	9	6	6	2	3	7	2	2	2	2

- Kriitiline tee – tee väikseima sobivusega



Topoloogiline kriitiline tee

- Leitakse viited
- Topoloogiline kriitiline tee (topological critical path)
 - tee maksimaalse viitega
 - tee minimaalse sobivusega
- Iga muutus sõlme viites mõjutab andmete valmisoleku-aega
- Topoloogiline kriitiline tee võib olla *väär*
 - signaali muutus ei levi mööda vastavat teed





Viite arvutamine – näited

$a_i = a'$	$t_{a_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$b_i = b'$	$t_{b_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$c_i = c'$	$t_{c_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$d_i = d'$	$t_{d_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$t_1 = a_i b_i d$	$t_{t_1} = \max(1.5, 1.5, 0)+2.5 = 4.0$
$t_2 = a b c$	$t_{t_2} = \max(0, 0, 0)+2.5 = 2.5$
$t_3 = b_i c_i$	$t_{t_3} = \max(1.5, 1.5)+2.0 = 3.5$
$t_4 = b d$	$t_{t_4} = \max(0, 0)+2.0 = 2.0$
$t_5 = a c_i d$	$t_{t_5} = \max(0, 1.5, 0)+2.5 = 4.0$
$t_6 = b c_i$	$t_{t_6} = \max(0, 1.5)+2.0 = 3.5$
$t_7 = a_i c d_i$	$t_{t_7} = \max(1.5, 0, 1.5)+2.5 = 4.0$
$k_1 = t_1+t_2$	$t_{k_1} = \max(4.0, 2.5)+2.0 = 6.0$
$k = k_1+t_3+t_4$	$t_k = \max(6.0, 3.5, 2.0)+2.5 = 8.5$
$l = k_1+t_5+t_6$	$t_l = \max(6.0, 4.0, 3.5)+2.5 = 8.5$
$m_1 = t_7+t_6$	$t_{m_1} = \max(4.0, 3.5)+2.0 = 6.0$
$m = k_1+m_1$	$t_m = \max(6.0, 6.0)+2.0 = 8.0$
$n_1 = t_5+t_4+t_2$	$t_{n_1} = \max(4.0, 2.0, 2.5)+2.5 = 6.5$
$n = m_1+n_1$	$t_n = \max(6.0, 6.5)+2.0 = 8.5$

4 NOT, 3*2-AND, 4*3-AND, 4*2-OR, 3*3-OR

literaale: 4+18+17=39

eq.gates: 4*1.5+3*2.0+4*2.5+4*2.0+3*2.5=37.5

maks.viide: 8.5, kr.tee nt. $a-a_i-t_1-k_1-k$ või $c-c_i-t_5-n_1-n$

$a_i = a'$	$t_{a_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$b_i = b'$	$t_{b_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$c_i = c'$	$t_{c_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$d_i = d'$	$t_{d_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$t_1 = a+c_i$	$t_{t_1} = \max(0, 1.5)+2.0 = 3.5$
$t_2 = b_i c_i$	$t_{t_2} = \max(1.5, 1.5)+2.0 = 3.5$
$t_3 = b d$	$t_{t_3} = \max(0, 0)+2.0 = 2.0$
$t_4 = a_i b_i d$	$t_{t_4} = \max(1.5, 1.5, 0)+2.5 = 4.0$
$t_5 = a b c$	$t_{t_5} = \max(0, 0, 0)+2.5 = 2.5$
$t_6 = t_1 b$	$t_{t_6} = \max(3.5, 0)+2.0 = 5.5$
$t_7 = a c_i d$	$t_{t_7} = \max(0, 1.5, 0)+2.5 = 4.0$
$t_8 = a_i c d_i$	$t_{t_8} = \max(1.5, 0, 1.5)+2.5 = 4.0$
$k_1 = t_2+t_3$	$t_{k_1} = \max(3.5, 2.0)+2.0 = 5.5$
$k = k_1+t_4+t_5$	$t_k = \max(5.5, 4.0, 2.5)+2.5 = 8.0$
$l = t_6+t_7+t_4$	$t_l = \max(5.5, 4.0, 4.0)+2.5 = 8.0$
$m = t_6+t_8+t_4$	$t_m = \max(5.5, 4.0, 4.0)+2.5 = 8.0$
$n_1 = t_6+t_3$	$t_{n_1} = \max(5.5, 2.0)+2.0 = 7.5$
$n = n_1+t_8+t_7$	$t_n = \max(7.5, 4.0, 4.0)+2.5 = 10.0$

4*NOT, 3*2-AND, 4*3-AND, 3*2-OR, 4*3-OR

literaale: 4+18+18=40

eq.gates: 4*1.5+3*2.0+4*2.5+3*2.0+4*2.5=38.0

maks.viide: 10.0, kr.tee $c-c_i-t_1-t_6-n_1-n$



Viite arvutamine – näited

$a_i = a'$	$t_{a_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$b_i = b'$	$t_{b_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$c_i = c'$	$t_{c_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$d_i = d'$	$t_{d_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$t_1 = b \text{ ci}$	$t_{t_1} = \max(0,1.5)+2.0 = 3.5$
$t_2 = a_i \text{ di}$	$t_{t_2} = \max(1.5,1.5)+2.0 = 3.5$
$t_3 = a \text{ bi c}$	$t_{t_3} = \max(0,1.5,0)+2.5 = 4.0$
$t_4 = b_i \text{ ci di}$	$t_{t_4} = \max(1.5,1.5,1.5)+2.5 = 4.0$
$t_5 = a_i \text{ b d}$	$t_{t_5} = \max(1.5,0,0)+2.5 = 4.0$
$t_6 = a_i \text{ ci}$	$t_{t_6} = \max(1.5,1.5)+2.0 = 3.5$
$k_i = t_1+t_2+t_3$	$t_{k_i} = \max(3.5,3.5,4.0)+2.5 = 6.5$
$l_i = t_2+t_4+t_3$	$t_{l_i} = \max(3.5,4.0,4.0)+2.5 = 6.5$
$m_i = t_5+t_4+t_3$	$t_{m_i} = \max(4.0,4.0,4.0)+2.5 = 6.5$
$n_i = t_6+t_4+t_3$	$t_{n_i} = \max(3.5,4.0,4.0)+2.5 = 6.5$
$k = k_i'$	$t_k = \max(6.5)+1.5 = 8.0$
$l = l_i'$	$t_l = \max(6.5)+1.5 = 8.0$
$m = m_i'$	$t_m = \max(6.5)+1.5 = 8.0$
$n = n_i'$	$t_n = \max(6.5)+1.5 = 8.0$

8 NOT, 3*2-AND, 3*3-AND, 4*3-OR

literaale: $8+15+12=35$

eq.gates: $8*1.5+3*2.0+3*2.5+4*2.5=35.5$

maks.viide: 8.0, kr.tee nt. *a-ai-t6-ki-k* või *c-ci-t4-ni-n*

$a_i = a'$	$t_{a_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$b_i = b'$	$t_{b_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$c_i = c'$	$t_{c_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$d_i = d'$	$t_{d_i} = \max(0)+1.5 = 1.5$
$t_1 = (b_i+c)'$	$t_{t_1} = \max(1.5,0)+1.5 = 3.0$
$t_2 = (a+d)'$	$t_{t_2} = \max(0,0)+1.5 = 1.5$
$t_3 = (a_i+b+c_i)'$	$t_{t_3} = \max(1.5,0,1.5)+2.0 = 3.5$
$t_4 = (b+c+d)'$	$t_{t_4} = \max(0,0,0)+2.0 = 2.0$
$t_5 = (a+b_i+d_i)'$	$t_{t_5} = \max(0,1.5,1.5)+2.0 = 3.5$
$t_6 = (a+c)'$	$t_{t_6} = \max(0,0)+1.5 = 1.5$
$k = (t_1+t_2+t_3)'$	$t_k = \max(3.0,1.5,3.5)+2.0 = 5.5$
$l = (t_2+t_4+t_3)'$	$t_l = \max(1.5,2.0,3.5)+2.0 = 5.5$
$m = (t_5+t_4+t_3)'$	$t_m = \max(3.5,2.0,3.5)+2.0 = 5.5$
$n = (t_6+t_4+t_3)'$	$t_n = \max(1.5,2.0,3.5)+2.0 = 5.5$

4*NOT, 3*2-NOR 7*3-NOR

literaale: $4+27=31$

eq.gates: $4*1.5+3*1.5+7*2.0=24.5$

maks.viide: 5.5, kr.tee nt. *a-ai-t3-k* või *d-di-t5-m*

Kriitiline tee ja mäluelemendid (registrid)

- **Seade- & hoideaegad mäluelemntides (trigerites)**

- seadeaeg – sisendandmed peavad olema stabiilsed mingi aeg enne taktsignaali aktiivset fronti
- hoideaeg – sisendandmed peavad olema stabiilsed mingi aeg pärast taktsignaali aktiivset fronti

- Põhjuseks mäluelementide siseste signaalide erinevad levimisajad

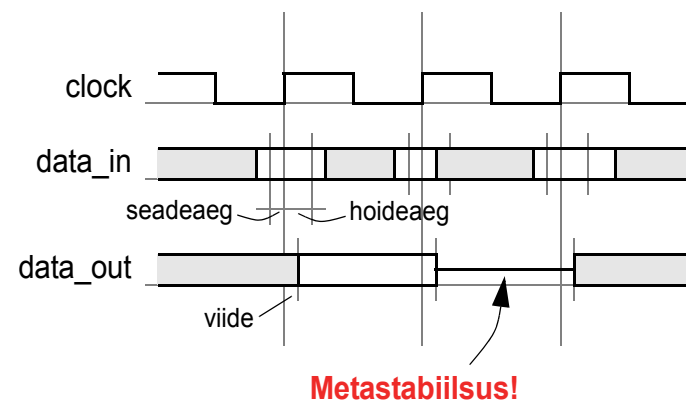
- Tagajärjeks võib olla metastabiilsus – väljund on '0' ja '1' vahel

- seadeaeg – setup time

- hoideaeg – hold time

- **Sobivuse arvutamisel peab arvestama ka mäluelementide ajalisi parameetreid:**

- andmete valmisoleku aeg: $t_x + d_{ff}$
- nõutav andmete valmisoleku aeg: $\bar{t}_x - t_{ff,setup}$
- sobivus (slack): $s_x - d_{ff} - t_{ff,setup}$





Viite arvutamine ja minimeerimine

- **Siirde olek (transition mode)**
 - muutjatel olemas mingi eelnev väärtus
 - vajab kahte sisend-vektorit testimiseks
- **Ujuv olek (floating mode)**
 - muutjatel tundmatu väärtus enne sisend-vektori omistamist
 - vajab ainult ühte sisend-vektorit testimiseks
 - pessimistlik lähenemine
 - võimaldab kinni püüda olukorrad, kus element on eeldatust *kiirem*
- **Minimeerimine**
 - teisendused elementidel, mis asuvad kriitilisel teel (kriitilistel teedel)
 - pea-aegu kriitilised teed – teed, mille viide on lähedane kriitilisega
 - kontroll – väärad kriitilised teed peavad jääma väärateks