Sissejuhatus

Tõenäosusteooria on matemaatika osa, mis uurib juhuslike nähtuste üldisi seaduspärasusi sõltumatult nende nähtuste konkreetsest sisust ja annab meetodid nendele nähtustele mõjuvate juhuslike mõjude kvantitatiivseks hindamiseks.

Kirjeldav statistika – andmete korrastamine, nähtavaks tegemine, lihtsamate karakteristikute arvutamine. Kirjeldav statistika ei vaja tõenäosusteooria alaseid teadmisi.

Matemaatiline statistika – suhteliselt väikese osa objektide (valimi) andmete abil järelduste tegemine kõigi objektide kogumi (üldkogumi) omaduste kohta. Järelduste tegemine põhineb tõenäosusteoorial.

Sissejuhatus

Tõenäosusteooria on matemaatika osa, mis uurib juhuslike nähtuste üldisi seaduspärasusi sõltumatult nende nähtuste konkreetsest sisust ja annab meetodid nendele nähtustele mõjuvate juhuslike mõjude kvantitatiivseks hindamiseks.

Kirjeldav statistika – andmete korrastamine, nähtavaks tegemine, lihtsamate karakteristikute arvutamine. Kirjeldav statistika ei vaja tõenäosusteooria alaseid teadmisi.

Matemaatiline statistika – suhteliselt väikese osa objektide (valimi) andmete abil järelduste tegemine kõigi objektide kogumi (üldkogumi) omaduste kohta. Järelduste tegemine põhineb tõenäosusteoorial.

Sissejuhatus

Tõenäosusteooria on matemaatika osa, mis uurib juhuslike nähtuste üldisi seaduspärasusi sõltumatult nende nähtuste konkreetsest sisust ja annab meetodid nendele nähtustele mõjuvate juhuslike mõjude kvantitatiivseks hindamiseks.

Kirjeldav statistika – andmete korrastamine, nähtavaks tegemine, lihtsamate karakteristikute arvutamine. Kirjeldav statistika ei vaja tõenäosusteooria alaseid teadmisi.

Matemaatiline statistika – suhteliselt väikese osa objektide (valimi) andmete abil järelduste tegemine kõigi objektide kogumi (üldkogumi) omaduste kohta. Järelduste tegemine põhineb tõenäosusteoorial.

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Vaatleme mingit katset, millel on mitu erinevat võimalikku tulemust (lõplik arv), kuid katse toimumisel esineb parajasti üks neist tulemustest. Iga võimalikku katsetulemust nimetatakse elementaarsündmuseks ja kõik katsetulemused moodustavad elementaarsündmuste süsteemi ehk elementaarsündmuste hulga Ω.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}.$$

Näiteks:

- katse – mündi viskamine. Katse tulemused: *vapp* ja *kiri*.

$$\Omega = \{\text{vapp}, \text{kiri}\}.$$

- katse – täringu veeretamine. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Vaatleme mingit katset, millel on mitu erinevat võimalikku tulemust (lõplik arv), kuid katse toimumisel esineb parajasti üks neist tulemustest. Iga võimalikku katsetulemust nimetatakse elementaarsündmuseks ja kõik katsetulemused moodustavad elementaarsündmuste süsteemi ehk elementaarsündmuste hulga Ω.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}.$$

Näiteks:

- katse – mündi viskamine. Katse tulemused: *vapp* ja *kiri*.

$$\Omega = \{\text{vapp}, \text{kiri}\}.$$

- katse – täringu veeretamine. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Vaatleme mingit katset, millel on mitu erinevat võimalikku tulemust (lõplik arv), kuid katse toimumisel esineb parajasti üks neist tulemustest. Iga võimalikku katsetulemust nimetatakse elementaarsündmuseks ja kõik katsetulemused moodustavad elementaarsündmuste süsteemi ehk elementaarsündmuste hulga Ω.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}.$$

Näiteks:

- katse – mündi viskamine. Katse tulemused: *vapp* ja *kiri*.

$$\Omega = \{\text{vapp}, \text{kiri}\}.$$

- katse – täringu veeretamine. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Vaatleme mingit katset, millel on mitu erinevat võimalikku tulemust (lõplik arv), kuid katse toimumisel esineb parajasti üks neist tulemustest. Iga võimalikku katsetulemust nimetatakse elementaarsündmuseks ja kõik katsetulemused moodustavad elementaarsündmuste süsteemi ehk elementaarsündmuste hulga Ω.

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}.$$

Näiteks:

- katse – mündi viskamine. Katse tulemused: *vapp* ja *kiri*.

$$\Omega = \{\text{vapp}, \text{kiri}\}.$$

- katse – täringu veeretamine. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

- katse – kahe täringu veeretamine.

$$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(1,6),\ldots,(6,1),\ldots,(6,6)\}$$

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

- katse – kahe täringu veeretamine.

$$\Omega = \{(1,1),(1,2),\ldots,(1,6),\ldots,(6,1),\ldots,(6,6)\}$$

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).

Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).

Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.

Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).

Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \dots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).
Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).
Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).
Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \ldots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).
Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).
Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).
Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \ldots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).
Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).
Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).
Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \ldots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).
Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).
Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).
Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \ldots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Sündmuse mõiste. Tehted sündmustega.

Sündmust, mis katse katse käigus alati toimub, nimetatakse kindlaks sündmuseks (tähistatakse K).
Sündmust, mis selle katse ei saa toimuda, nimetatakse võimatuks sündmuseks (tähistatakse V).
Sündmust, mis katse käigus võib toimuda või mitte toimuda, nimetatakse juhuslikuks sündmuseks.
Sündmuseks A nimetatakse elementaarsündmuste hulga Ω suvalist alamhulka. ($A = \emptyset$ – võimatu sündmus, $A = \Omega$ – kindel sündmus).
Sündmust A võib esitada:

- elementaarsündmuste loeteluna: $A = \{\omega_{1'}, \ldots, \omega_{k'}\}$;
- sõnaliselt, kirjeldades tunnust, mis määrab elementaarsündmuse kuuluvuse alamhulka.

Näide. Katseks on täringu veeretamine.

- A on sündmus, et tulemus on paarisarv. (Sõnaline)
- $A = \{2, 4, 6\}$ (elementaarsündmuste loetlemine).

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Definitsioon

Sündmuse A vastandsündmuseks $\bar{A}$ nimetatakse sündmust, kui katsel ei toimu sündmus A.

$\Omega \setminus A$

Definitsioon

Sündmuste A ja B korrutiseks AB (ehk $A \cap B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist mõlema toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ korrutis $A_1 \cdots A_n$.

Definitsioon

Sündmuste A ja B summaks $A + B$ (ehk $A \cup B$) nimetatakse sündmust, mis seisneb neist vähemalt ühe toimumises antud katsel.

Sündmuste $A_1, \ldots, A_n$ summa $A_1 + \cdots + A_n$.

Tehted sündmustega

Lause

Kehtivad järgmised väited:

- $A + K = K$, $AK = A$, $A + V = A$, $AV = V$, $A\bar{A} = V$, $A + \bar{A} = K$;
- $AB = BA$, $A + B = B + A$;
- $(A + B) + C = A + (B + C)$, $(AB)C = A(BC)$;
- $A(B + C) = AB + AC$;
- $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$, $\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$;
- $\bar{\bar{A}} = A$, $AA = A$, $A + A = A$.

Sündmuse sagedus

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Eeldame, et võime katset korrata, kusjuures katsetingimused ei muutu katsete seeria jooksul ning sündmuse A toimumine vaadeldaval katsel ei sõltu eelmistest katsetest st. tegemist on **sõltumatute katsetega**. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda.

Definitsioon

*Suurust $\mathrm{P}^*(A) = \dfrac{n_A}{n}$ nimetatakse sündmuse A toimumise **sageduseks** ehk **suhteliseks sageduseks** selles n–katselises seerias.*

Lause

Kehtivad seosed:

$$0 \leqslant \mathrm{P}^*(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}^*(K) = 1, \quad \mathrm{P}^*(V) = 0, \quad \mathrm{P}^*(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}^*(A).$$

Sündmuse sagedus

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Eeldame, et võime katset korrata, kusjuures katsetingimused ei muutu katsete seeria jooksul ning sündmuse A toimumine vaadeldaval katsel ei sõltu eelmistest katsetest st. tegemist on **sõltumatute katsetega**. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda.

Definitsioon

Suurust $\mathrm{P}^*(A) = \dfrac{n_A}{n}$ nimetatakse sündmuse A toimumise ***sageduseks*** *ehk* ***suhteliseks sageduseks*** *selles n–katselises seerias.*

Lause

Kehtivad seosed:

$$0 \leqslant \mathrm{P}^*(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}^*(K) = 1, \quad \mathrm{P}^*(V) = 0, \quad \mathrm{P}^*(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}^*(A).$$

Sündmuse sagedus

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Eeldame, et võime katset korrata, kusjuures katsetingimused ei muutu katsete seeria jooksul ning sündmuse A toimumine vaadeldaval katsel ei sõltu eelmistest katsetest st. tegemist on **sõltumatute katsetega**. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda.

Definitsioon

*Suurust $\mathrm{P}^*(A) = \dfrac{n_A}{n}$ nimetatakse sündmuse A toimumise **sageduseks** ehk **suhteliseks sageduseks** selles n–katselises seerias.*

Lause

Kehtivad seosed:

$$0 \leqslant \mathrm{P}^*(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}^*(K) = 1, \quad \mathrm{P}^*(V) = 0, \quad \mathrm{P}^*(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}^*(A).$$

Sündmuse sagedus

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Eeldame, et võime katset korrata, kusjuures katsetingimused ei muutu katsete seeria jooksul ning sündmuse A toimumine vaadeldaval katsel ei sõltu eelmistest katsetest st. tegemist on **sõltumatute katsetega**. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda.

Definitsioon

Suurust $\mathrm{P}^*(A) = \frac{n_A}{n}$ *nimetatakse sündmuse A toimumise* ***sageduseks*** *ehk* ***suhteliseks sageduseks*** *selles n–katselises seerias.*

Lause

Kehtivad seosed:

$$0 \leqslant \mathrm{P}^*(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}^*(K) = 1, \quad \mathrm{P}^*(V) = 0, \quad \mathrm{P}^*(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}^*(A).$$

Sündmuse sagedus

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Eeldame, et võime katset korrata, kusjuures katsetingimused ei muutu katsete seeria jooksul ning sündmuse A toimumine vaadeldaval katsel ei sõltu eelmistest katsetest st. tegemist on **sõltumatute katsetega**. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda.

Definitsioon

Suurust $\mathrm{P}^*(A) = \dfrac{n_A}{n}$ *nimetatakse sündmuse A toimumise* ***sageduseks*** *ehk* ***suhteliseks sageduseks*** *selles n–katselises seerias.*

Lause

Kehtivad seosed:

$$0 \leqslant \mathrm{P}^*(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}^*(K) = 1, \quad \mathrm{P}^*(V) = 0, \quad \mathrm{P}^*(\overline{A}) = 1 - \mathrm{P}^*(A).$$

Tõenäosuse statistiline definitsioon

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda, siis on teada $\mathrm{P}^*(A)$ (sündmuse A suhteline sagedus).

Definitsioon

Piirväärtust

$$\mathrm{P(A)} = \lim_{n \to +\infty} \mathrm{P}^*(A)$$

nimetatakse sündmuse A ***statistiliseks tõenäosuseks****.*

Tõenäosuse statistiline definitsioon

Vaatame katset, mille tulemusel sündmus A võib toimuda. Toimugu sündmus A n–katselises seerias n_A korda, siis on teada $\mathrm{P}^*(A)$ (sündmuse A suhteline sagedus).

Definitsioon

Piirväärtust

$$\mathrm{P(A)} = \lim_{n\to+\infty} \mathrm{P}^*(A)$$

nimetatakse sündmuse A ***statistiliseks tõenäosuseks****.*

Tõenäosuse statistiline definitsioon

Lause

Kehtivad väited:

$$0 \leqslant \mathrm{P}(A) \leqslant 1, \quad \mathrm{P}(K) = 1, \quad \mathrm{P}(V) = 0, \quad \mathrm{P}(\bar{A}) = 1 - \mathrm{P}(A),$$
$$\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$$
$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A) = \mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B).$$

Tõenäosuse klassikaline definitsioon

Ω – elementaarsündmuste süsteem
A – sündmus, st $A \subseteq \Omega$

Definitsioon

Arvu

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

nimetatakse sündmuse A ***klassikaliseks tõenäosuseks.***

m – hulga A elementide arv (*soodsate võimaluste arv*)
n – hulga Ω elementide arv (*kõikide võimaluste arv*)

Tõenäosuse klassikaline definitsioon

Ω – elementaarsündmuste süsteem
A – sündmus, st $A \subseteq \Omega$

Definitsioon

Arvu

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

nimetatakse sündmuse A klassikaliseks tõenäosuseks.

m – hulga A elementide arv (*soodsate võimaluste arv*)
n – hulga Ω elementide arv (*kõikide võimaluste arv*)

Klassikalise tõenäosuse omadused

Lause

Klassikalisel tõenäosusel on järgmised omadused:

- $0 \leqslant \mathrm{P}(A) \leqslant 1$,
- $\mathrm{P}(\emptyset) = 0$,
- $\mathrm{P}(\Omega) = 1$,
- $\mathrm{P}(\Omega \setminus A) = 1 - \mathrm{P}(A)$,
- $\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$,
- $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A) = \mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$.

Geomeetriline tõenäosus

$\Omega \subset \mathrm{R}^n$, $\Omega_A \subseteq \Omega$.
μ – mõõt: $n = 1$ – pikkus, $n = 2$–pindala, $n = 3$–ruumala jne.
Olgu A–sündmus, et katse käigus valitakse üks punkt hulgast Ω_A. Eeldame, et punkti sattumine Ω mingisse alamhulka sõltub vaid selle hulga mõõdust.

Definitsioon

Sündmuse A ***geomeetriliseks tõenäosuseks*** *nimetatakse suurust*

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\mu(\Omega_A)}{\mu(\Omega)}.$$

Geomeetriline tõenäosus

$\Omega \subset \mathrm{R}^n$, $\Omega_A \subseteq \Omega$.
μ – mõõt: $n = 1$ – pikkus, $n = 2$–pindala, $n = 3$–ruumala jne.
Olgu A–sündmus, et katse käigus valitakse üks punkt hulgast Ω_A.
Eeldame, et punkti sattumine Ω mingisse alamhulka sõltub vaid selle hulga mõõdust.

Definitsioon

Sündmuse A ***geomeetriliseks tõenäosuseks*** *nimetatakse suurust*

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\mu(\Omega_A)}{\mu(\Omega)}.$$

Geomeetriline tõenäosus

$\Omega \subset \mathrm{R}^n$, $\Omega_A \subseteq \Omega$.
μ – mõõt: $n = 1$ – pikkus, $n = 2$–pindala, $n = 3$–ruumala jne.
Olgu A–sündmus, et katse käigus valitakse üks punkt hulgast Ω_A.
Eeldame, et punkti sattumine Ω mingisse alamhulka sõltub vaid selle hulga mõõdust.

Definitsioon

Sündmuse A ***geomeetriliseks tõenäosuseks*** *nimetatakse suurust*

$$\mathrm{P}(A) = \frac{\mu(\Omega_A)}{\mu(\Omega)}.$$

Geomeetriline tõenäosus

Lause

Geomeetrilisel tõenäosusel on järgmised omadused:

- $0 \leqslant \mathrm{P}(A) \leqslant 1$, $\mathrm{P}(\emptyset) = 0$, $\mathrm{P}(\Omega) = 1$, $\mathrm{P}(\Omega \setminus A) = 1 - \mathrm{P}(A)$,
- $\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$,
- $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A) = \mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B)$.

Tõenäosusteooria aksioomid

Definitsioon

Hulga Ω alamhulkade hulka $\mathcal{S}$ nimetatakse hulkade algebraks, kui

- $\Omega \in \mathcal{S}$;
- *kui $A, B \in \mathcal{S}$, siis ka $\Omega \setminus A \in \Omega$ ja $A \cap B \in \Omega$.*

Definitsioon

Hulkade algebrat $(\Omega, \mathcal{S})$ nimetatakse σ-algebraks, kui $A_1, A_2, A_3, \ldots \in \mathcal{S}$ korral

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{S}.$$

Tõenäosusteooria aksioomid

Definitsioon

Hulga Ω alamhulkade hulka $\mathcal{S}$ nimetatakse hulkade algebraks, kui

- $\Omega \in \mathcal{S}$;
- *kui* $A, B \in \mathcal{S}$, *siis ka* $\Omega \setminus A \in \Omega$ *ja* $A \cap B \in \Omega$.

Definitsioon

Hulkade algebrat $(\Omega, \mathcal{S})$ *nimetatakse* σ*-algebraks, kui* $A_1, A_2, A_3, \ldots \in \mathcal{S}$ *korral*

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{S}.$$

Tõenäosusteooria aksioomid

Definitsioon

Hulga Ω alamhulkade hulka $\mathcal{S}$ nimetatakse hulkade algebraks, kui

- $\Omega \in \mathcal{S}$;
- *kui $A, B \in \mathcal{S}$, siis ka $\Omega \setminus A \in \Omega$ ja $A \cap B \in \Omega$.*

Definitsioon

Hulkade algebrat $(\Omega, \mathcal{S})$ nimetatakse σ-algebraks, kui $A_1, A_2, A_3, \ldots \in \mathcal{S}$ korral

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{S}.$$

Tõenäosusteooria aksioomid

Definitsioon

Kolmikut $(\Omega, \mathcal{S}, \mathrm{P})$, *kui* $(\Omega, \mathcal{S})$ *on* σ*-algebra,* $\mathrm{P}\colon \mathcal{S} \to [0, 1]$ *ja on täidetud tingimused:*

- $\mathrm{P}(\Omega) = 1$*;*
- *kui* $A_1, A_2, A_3, \ldots \in \Omega$*, kusjuures* $A_k \cap A_l = \emptyset$ *iga* $k \neq l$ *korral, siis*

$$\mathrm{P}\left(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j\right) = \sum_{j=1}^{\infty} \mathrm{P}(A_j),$$

nimetatakse ***tõenäosusruumiks.***

Olgu $A, B \in \mathcal{S}$. Leiame $\mathrm{P}(A \cup B)$.

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B),$$

sündmuste abil väljendades

$$\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$$

Olgu $A, B \in \mathcal{S}$. Leiame $\mathrm{P}(A \cup B)$.

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B),$$

sündmuste abil väljendades

$$\mathrm{P}(A + B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(AB)$$

Tõenäosuste liitmisteoreem

Arvutame

$$\mathrm{P}(A+B+C) =$$

$$\ldots = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P}(AB) - \mathrm{P}(AC) - \mathrm{P}(BC) + \mathrm{P}(ABC).$$

Lause (Tõenäosuste liitmisteoreem)

$$\mathrm{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A_i) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} \mathrm{P}(A_iA_j) + \ldots + (-1)^{n+1}\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right).$$

Tõenäosuste liitmisteoreem

Arvutame

$$\mathrm{P}(A+B+C) =$$
$$\ldots = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(C)-\mathrm{P}(AB)-\mathrm{P}(AC)-\mathrm{P}(BC)+\mathrm{P}(ABC).$$

Lause (Tõenäosuste liitmisteoreem)

$$\mathrm{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\mathrm{P}(A_i) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n}\mathrm{P}(A_iA_j) + \ldots + (-1)^{n+1}\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right).$$

Tõenäosuste liitmisteoreem

Arvutame

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{P}(A + B + C) = \\
&\ldots = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P}(AB) - \mathrm{P}(AC) - \mathrm{P}(BC) + \mathrm{P}(ABC).
\end{aligned}
$$

Lause (Tõenäosuste liitmisteoreem)

$$
\mathrm{P}\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A_i) - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j>i}^{n} \mathrm{P}(A_i A_j) + \ldots + (-1)^{n+1}\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right).
$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Definitsioon

Kui $\mathrm{P}(A) > 0$, *siis tõenäosust*

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(A)}$$

nimetatakse sündmuse B ***tinglikuks tõenäosuseks*** *tingimusel A.*

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Definitsioon

Sündmust A nimetatakse ***sõltumatuks*** *sündmusest B, kui*

$$\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(A).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Definitsioon

Kui $\mathrm{P}(A) > 0$, *siis tõenäosust*

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(A)}$$

nimetatakse sündmuse B ***tinglikuks tõenäosuseks*** *tingimusel A.*

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Definitsioon

Sündmust A nimetatakse ***sõltumatuks*** *sündmusest B, kui*

$$\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(A).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Definitsioon

Kui $\mathrm{P}(A) > 0$, *siis tõenäosust*

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(A)}$$

nimetatakse sündmuse B ***tinglikuks tõenäosuseks*** *tingimusel A.*

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Definitsioon

Sündmust A nimetatakse ***sõltumatuks*** *sündmusest B, kui*

$$\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(A).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Lause

Kehtivad väited:

- *Kui sündmus B on sõltumatu sündmusest A, siis ka sündmus A on sõltumatu sündmusest B, st.* $\mathrm{P}(A|B) = \mathrm{P}(A)$.
- *Sündmused A ja B on sõltumatud parajasti siis, kui* $\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$.
- *Kui A ja B on sõltumatud, siis ka* $\overline{A}$ *ja* $\overline{B}$ *on sõltumatud.*

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Leiame $\mathrm{P}(A_1A_2A_3)$.

$$\mathrm{P}(A_1A_2A_3) = \mathrm{P}(A_1)\mathrm{P}(A_2|A_1)\mathrm{P}(A_3|A_1A_2).$$

Lause (Tõenäosuste korrutamisteoreem)

$$\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \mathrm{P}(A_1)\prod_{j=2}^{n}\mathrm{P}\left(A_j\middle|\prod_{k=1}^{j-1} A_k\right).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Leiame $\mathrm{P}(A_1 A_2 A_3)$.

$$\mathrm{P}(A_1 A_2 A_3) = \mathrm{P}(A_1)\mathrm{P}(A_2|A_1)\mathrm{P}(A_3|A_1 A_2).$$

Lause (Tõenäosuste korrutamisteoreem)

$$\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \mathrm{P}(A_1)\prod_{j=2}^{n}\mathrm{P}\left(A_j \middle| \prod_{k=1}^{j-1} A_k\right).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

$$\mathrm{P}(AB) = \mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A|B)\mathrm{P}(B).$$

Leiame $\mathrm{P}(A_1A_2A_3)$.

$$\mathrm{P}(A_1A_2A_3) = \mathrm{P}(A_1)\mathrm{P}(A_2|A_1)\mathrm{P}(A_3|A_1A_2).$$

Lause (Tõenäosuste korrutamisteoreem)

$$\mathrm{P}\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \mathrm{P}(A_1)\prod_{j=2}^{n}\mathrm{P}\left(A_j \middle| \prod_{k=1}^{j-1} A_k\right).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Definitsioon

Sündmuste süsteemi $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ *nimetatakse* ***sõltumatuks****, kui*

$$\mathrm{P}\left(A_j \,\middle|\, \prod_{k<j} A_k\right) = \mathrm{P}\left(A_j\right), \quad (k = 2, 3, \ldots, n).$$

Lause

Sündmuste süsteem $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ *on sõltumatu parajasti siis, kui*

$$\mathrm{P}\left(\prod_{k=1}^{n} A_k\right) = \prod_{k=1}^{n} \mathrm{P}\left(A_k\right).$$

Tinglik tõenäosus. Tõenäosuste korrutamisteoreem

Definitsioon

Sündmuste süsteemi $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ nimetatakse ***sõltumatuks****, kui*

$$\mathrm{P}\left(A_j \middle| \prod_{k<j} A_k\right) = \mathrm{P}\left(A_j\right), \quad (k = 2, 3, \ldots, n).$$

Lause

Sündmuste süsteem $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ on sõltumatu parajasti siis, kui

$$\mathrm{P}\left(\prod_{k=1}^{n} A_k\right) = \prod_{k=1}^{n} \mathrm{P}\left(A_k\right).$$

Täistõenäosus

Olgu $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ täielik sündmuste süsteem, st.

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = K \wedge H_i H_j = V \quad \text{iga } i \neq j \text{ korral.}$$

Olgu A sündmus. Leiame $\mathrm{P}(A)$.

Lause (Täistõenäosuse valem)

Kui $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ on hüpoteeside süsteem, siis sündmuse A tõenäosus avaldub valemiga

$$\mathrm{P}(A) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A|H_i)\mathrm{P}(H_i).$$

Täistõenäosus

Olgu $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ täielik sündmuste süsteem, st.

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = K \wedge H_i H_j = V \quad \text{iga } i \neq j \text{ korral.}$$

Olgu A sündmus. Leiame $\mathrm{P}(A)$.

Lause (Täistõenäosuse valem)

Kui $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ on hüpoteeside süsteem, siis sündmuse A tõenäosus avaldub valemiga

$$\mathrm{P}(A) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A|H_i)\mathrm{P}(H_i).$$

Täistõenäosus

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Leiame tõenäosuse, et ta sai pastaka, kui ühes sahtlis oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit ning teises 2 pastakat ning 4 markerit.

H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}.$$

Täistõenäosus

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Leiame tõenäosuse, et ta sai pastaka, kui ühes sahtlis oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit ning teises 2 pastakat ning 4 markerit.
H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}.$$

Täistõenäosus

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Leiame tõenäosuse, et ta sai pastaka, kui ühes sahtlis oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit ning teises 2 pastakat ning 4 markerit.
H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}.$$

Täistõenäosus

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Leiame tõenäosuse, et ta sai pastaka, kui ühes sahtlis oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit ning teises 2 pastakat ning 4 markerit.
H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}.$$

Bayesi valem

Lause (Bayesi valem)

Kui $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ on hüpoteeside süsteem ja A on mingi sündmus, siis

$$\mathrm{P}(H_i|A) = \frac{\mathrm{P}(AH_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A|H_i)\mathrm{P}(H_i)} = \frac{\mathrm{P}(AH_i)}{\mathrm{P}(A)}.$$

Bayesi valem

Lause (Bayesi valem)

Kui $\{H_1, H_2, \ldots, H_n\}$ *on hüpoteeside süsteem ja* A *on mingi sündmus, siis*

$$\mathrm{P}(H_i|A) = \frac{\mathrm{P}(AH_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(A|H_i)\mathrm{P}(H_i)} = \frac{\mathrm{P}(AH_i)}{\mathrm{P}(A)}.$$

Bayesi valem

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Osutus, et tudeng sai pastaka. Leiame tõenäosuse, et see pärineb esimesest sahtlist, kus oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit (vt eelmine näide).

H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(H_1|A) = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3}} = 0,6$$

Bayesi valem

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Osutus, et tudeng sai pastaka. Leiame tõenäosuse, et see pärineb esimesest sahtlist, kus oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit (vt eelmine näide).

H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist

H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,

siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.

Seega

$$P(H_1|A) = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3}} = 0,6$$

Bayesi valem

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Osutus, et tudeng sai pastaka. Leiame tõenäosuse, et see pärineb esimesest sahtlist, kus oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit (vt eelmine näide).
H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(H_1|A) = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3}} = 0,6$$

Bayesi valem

Näide: Tudeng siseneb kottpimedasse tuppa eesmärgiga hankida kirjutusvahend. Ta liigub kombates lauani, avab kahest sahtlist ühe ja valib sealt juhusliku kirjutusvahendi. Osutus, et tudeng sai pastaka. Leiame tõenäosuse, et see pärineb esimesest sahtlist, kus oli 6 pastakat ja 6 harilikku pliiatsit (vt eelmine näide).
H_1– kirjutusvahend valitakse esimesest sahtlist
H_2–kirjutusvahend valitakse teisest sahtlist,
siis $P(H_1) = P(H_2) = 0,5$ ning $P(A|H_1) = 0,5$ ja $P(A|H_2) = \frac{1}{3}$.
Seega

$$P(H_1|A) = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3}} = 0,6$$

Bernoulli valem

Bernoulli (katsete) skeem: n–sõltumatust katsest koosnev katseseeria, kus sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p.
Kui $0 < p < 1$, siis $q = 1 - p$.
$B_{n,m}$ – sündmus, et A toimub selles katseseerias täpselt m korda.
$P_{n,m} \stackrel{def.}{=} \mathrm{P}(B_{n,m})$.

Lause

Kui katseseerias on n sõltumatut katset ja sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p ning $B_{n,m}$ on sündmus, et A toimub selle seeria korral täpselt m ($0 \leqslant m \leqslant n$) korda, siis

$$P_{n,m} = \mathrm{P}(B_{n,m}) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Bernoulli valem

Bernoulli (katsete) skeem: n–sõltumatust katsest koosnev katseseeria, kus sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p.

Kui $0 < p < 1$, siis $q = 1 - p$.

$B_{n,m}$ – sündmus, et A toimub selles katseseerias täpselt m korda.

$P_{n,m} \overset{def.}{=} \mathrm{P}(B_{n,m})$.

Lause

Kui katseseerias on n sõltumatut katset ja sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p ning $B_{n,m}$ on sündmus, et A toimub selle seeria korral täpselt m ($0 \leqslant m \leqslant n$) korda, siis

$$P_{n,m} = \mathrm{P}(B_{n,m}) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Bernoulli valem

Bernoulli (katsete) skeem: n–sõltumatust katsest koosnev katseseeria, kus sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p. Kui $0 < p < 1$, siis $q = 1 - p$.

$B_{n,m}$ – sündmus, et A toimub selles katseseerias täpselt m korda.

$P_{n,m} \stackrel{def.}{=} \mathrm{P}(B_{n,m})$.

Lause

Kui katseseerias on n sõltumatut katset ja sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p ning $B_{n,m}$ on sündmus, et A toimub selle seeria korral täpselt m ($0 \leqslant m \leqslant n$) korda, siis

$$P_{n,m} = \mathrm{P}(B_{n,m}) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Bernoulli valem

Bernoulli (katsete) skeem: n–sõltumatust katsest koosnev katseseeria, kus sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p.
Kui $0 < p < 1$, siis $q = 1 - p$.
$B_{n,m}$ – sündmus, et A toimub selles katseseerias täpselt m korda.
$P_{n,m} \stackrel{def.}{=} \mathrm{P}(B_{n,m})$.

Lause

Kui katseseerias on n sõltumatut katset ja sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p ning $B_{n,m}$ on sündmus, et A toimub selle seeria korral täpselt m ($0 \leqslant m \leqslant n$) korda, siis

$$P_{n,m} = \mathrm{P}(B_{n,m}) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Bernoulli valem

Bernoulli (katsete) skeem: n–sõltumatust katsest koosnev katseseeria, kus sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p.
Kui $0 < p < 1$, siis $q = 1 - p$.
$B_{n,m}$ – sündmus, et A toimub selles katseseerias täpselt m korda.
$P_{n,m} \overset{def.}{=} \mathrm{P}(B_{n,m})$.

Lause

Kui katseseerias on n sõltumatut katset ja sündmus A toimub igal katsel tõenäosusega p ning $B_{n,m}$ on sündmus, et A toimub selle seeria korral täpselt m ($0 \leqslant m \leqslant n$) korda, siis

$$P_{n,m} = \mathrm{P}(B_{n,m}) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

Sündmuse *A* tõenäoseim toimumiste arv *n*–katselises seerias

Leiame sündmuse *A* tõenäoseima toimumiste arvu *m* Bernoulli skeemis.

Arv m on ka lokaalne maksimum funktsioonile $P_{n,m}$, st.

$$\begin{cases} P_{n,m} \geqslant P_{n,m+1} \\ P_{n,m} \geqslant P_{n,m-1}. \end{cases}$$

Lause

Sündmuse A tõenäoseim toimumiste arv m n–katselise Bernoulli skeemi korral on leitav võrratusest

$$(n+1)p - 1 \leqslant m \leqslant (n+1)p.$$

Sündmuse A tõenäoseim toimumiste arv n–katselises seerias

Leiame sündmuse A tõenäoseima toimumiste arvu m Bernoulli skeemis.

Arv m on ka lokaalne maksimum funktsioonile $P_{n,m}$, st.

$$\begin{cases} P_{n,m} \geqslant P_{n,m+1} \\ P_{n,m} \geqslant P_{n,m-1}. \end{cases}$$

Lause

Sündmuse A tõenäoseim toimumiste arv m n–katselise Bernoulli skeemi korral on leitav võrratusest

$$(n+1)p - 1 \leqslant m \leqslant (n+1)p.$$

Sündmuse *A* tõenäoseim toimumiste arv *n*–katselises seerias

Leiame sündmuse *A* tõenäoseima toimumiste arvu *m* Bernoulli skeemis.
Arv m on ka lokaalne maksimum funktsioonile $P_{n,m}$, st.

$$\begin{cases} P_{n,m} \geqslant P_{n,m+1} \\ P_{n,m} \geqslant P_{n,m-1}. \end{cases}$$

Lause

Sündmuse A tõenäoseim toimumiste arv m n–katselise Bernoulli skeemi korral on leitav võrratusest

$$(n+1)p - 1 \leqslant m \leqslant (n+1)p.$$