

MATEMAATIKA

TÄIENDÕPE YMA0090

Kairi Kasemets

kairi.kasemets@ttu.ee
staff.ttu.ee/~kairik

1. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{-x}$$

2. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$$

3. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{24x^3 + 3x^2}{-6x^3 + x^2}$$

4. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + x^2 - x}{x + 22}$$

5. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x + 5}{x^3 + 3x^2 - 10x}$$

6. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{x-1}$$

7. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 2x}{x}$$

8. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\tan 5x}$$

9. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+1} + 1}{x+2}$$

10. Leida piirväärtus

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{\frac{x-1}{2}}$$

Kui leidub piirväärtus

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

($\Delta x = x - x_0$), siis nimetatakse seda funktsiooni funktsiooni $y = f(x)$ **tuletiseks** kohal x_0 ning tähistatakse $f'(x_0)$.

Kui funktsioonil f eksisteerib tuletis hulga X igas punktis (funktsioon on diferentseeruv hulgal X), siis f' nimetatakse funktsiooni f tuletisfunktsiooniks ehk lihtsalt tuletiseks.

Tuletiste tabel

$$c' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Diferentseerimise reeglid

Olgu $u = u(x)$ ja $v = v(x)$ diferentseeruvad funktsioonid, siis kehtivad valemid:

$$(c \cdot u)' = c \cdot u', \quad c = \text{const}$$

$$(u \pm v)' = u' \pm v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

11. Leida funktsiooni tuletis

$$y = 3x^2 - x + \frac{3}{x} - \sqrt{x}$$

12. Leida funktsiooni tuletis

$$y = (\sqrt{x} - 12)(\sqrt{x} + 12)$$

13. Leida funktsiooni tuletis

$$y = (2x - x^3)(x^2 - 3)$$

14. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$$

15. Leida funktsiooni tuletis

$$y = x^2 \sin x - x \cos x$$

16. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{x^2 - x}{\ln x}$$

17. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{\tan x}$$

18. Leida $y^{(4)}$, kui

$$y = \ln x + 2x^3$$

19. Arvutada funktsiooni

$$f(x) = 2 \tan x \sin x$$

tuletise väärtus argumendi väärtusel $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

20. Arvutada funktsiooni

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{3x^2 - 6x + 3}$$

tuletise väärtus argumendi väärtusel $x_0 = 2$.

Liitfunktiooni $\begin{cases} y = f(u) \\ u = g(x) \end{cases}$ ehk

$y = f(g(x))$ **tuletis**

$$(u^a)' = au^{a-1} \cdot u'$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$$

$$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$$

$$(e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$$

$$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

$$(\tan u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$$

$$(\cot u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$$

$$(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$$

$$(\arctan u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$$

21. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \cos(2x^2 - x)$$

22. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \sqrt{\frac{4x - 2}{6x + 4}}$$

23. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \arccos \frac{1}{x^3 + 2}$$

24. Leida funktsiooni tuletis

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1} + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

25. Leida funktsiooni tuletis

$$y = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$$

26. Leida y'' , kui

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

27. Leida y'' , kui

$$y = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$$

28. Leida y'

$$y = \arctan \left(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \right)$$