

**MATEMAATIKA  
TÄIENDUSÕPE  
YMA0090**

**Kairi Kasemets**

kairi.kasemets@ttu.ee

staff.ttu.ee/~ kairik

50-60 punkti → rangelt soovituslik

61-70 punkti → soovituslik

71-100 punkti → kokkuleppel õppejõuga

## **50-54 PUNKTI**

Õppejõud Helgi Kõiv

Tunnid **esmaspäeviti 16.00-19.15 aud. NRG-131 ja neljapäeviti 14.15-17.30 aud. U04-103**

## **55 - 58 PUNKTI**

Õppejõud Jüri Kurvits

Tunnid **teisipäeviti 14.15-17.30 aud. U06A-229 ja neljapäeviti 14.15-17.30 aud. U06A-229**

## **59 - 62 PUNKTI**

Õppejõud Kairi Kasemets

Tunnid **teisipäeviti 14.15-17.30 aud. U02-102 ja neljapäeviti 14.15-17.30 aud. U02-102**

## **63 - 66 PUNKTI**

Õppejõud Olga Meronen

Tunnid **esmaspäeviti 16.00-19.15 aud. U02-102 ja kolmapäeviti 16.00-19.15 aud. U02-102**

## **67 - 70 PUNKTI**

Õppejõud Jaan Varik

Tunnid **esmaspäeviti 16.00-19.15 aud. U04-103 ja kolmapäeviti 16.00-19.15 aud. U04-103**

## Teemad:

1. absoluutväärtus, absoluutväärtusi sisaldavad võrrandid ja võrratused;
2. võrratuste ja võrratussüsteemide lahendamine, võrrandite ja võrrandisüsteemide lahendamine, determinant;
3. funktsiooni määramispiirkond, muutumispiirkond, funktsiooni periood, paaris või paaritu funktsioon;
4. logaritmifunktsioon, eksponentfunktsioon, trigonomeetrilised funktsioonid;
5. funktsiooni piirväärtus, funktsiooni tuletis, liitfunktsiooni tuletis, tuletise rakendused;
6. aritmeetiline ja geomeetriline jada;
7. jooned tasapinnal, piirkondade määramine;
8. integraal;
9. sirge, tasand ruumis.

1. Leida täpne väärtus:

$$\frac{\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}\right]^0}{2^{-1}}.$$

2. Arvutada

$$(15\sqrt{50} + 5\sqrt{200} - 3\sqrt{450}) : \sqrt{10}.$$

## Korrutamise abivalemid

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## Hulkliikme lahutamine tegureiks

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

kus  $x_1$  ja  $x_2$  on ruutvõrrandi  $ax^2 + bx + c = 0$  nullkohad.

3. Lihtsustada avaldis ja arvutada selle väärtus:

$$\left( \frac{a^2 + 8}{a^3 - 8} + \frac{a}{a^2 + 2a + 4} + \frac{1}{2 - a} \right) \cdot \left( \frac{a^2}{a^2 - 4} - \frac{2}{2 - a} \right)$$

$$\text{kui } a = \left[ \frac{3}{4} - \left( \frac{2}{3} \right)^{-1} \right]^{-1}.$$

4. Lihtsustada avaldis, tulemus tähistada  $f(x)$ , moodustada funktsioon  $y = f(x)$  ja joonestada saadud funktsiooni graafik:

$$2 \left[ \left( \frac{x^2 + y^2}{y} + x \right) \cdot \left( x - \frac{x^2}{x + y} \right) \right] : \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} - 3$$



## 5. Lahendada

$$\frac{1 + \frac{x}{4}}{2} + \frac{\frac{7x}{2} + 1}{6} - \frac{1 + 5x}{24} - \frac{\frac{7}{2} + 6x}{12} = \frac{1}{3}$$

## 6. Lahendada

$$\left(1 - \frac{6 - x}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} + 2x - \left(\frac{x}{2} - \frac{3 + x}{4}\right) = 6$$

## Absoluutväärtus

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{kui } a \geq 0 \\ -a, & \text{kui } a < 0 \end{cases}$$

7. Lahendada

$$|x + 6| + 4 = 0$$

8. Lahendada

$$|4 - 2x| = 6$$

9. Lahendada võrrand

$$|x + 1| + x + 2 = |2 - x|$$

Ruutvõrrand  $ax^2 + bx + c = 0$ , lahendid

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Taandatud ruutvõrrand  $x^2 + px + q = 0$ , lahendid

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

**10.** Lahendada

$$2x(x - 15) = x(x - 4) + 3x^2 - 8x$$

**11.** Lahendada

$$(x - 3)^2 + (x + 4)^2 - (x - 5)^2 = 17x + 24$$

Murdvõrrand  $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$ , kus  $P(x)$  ja  $Q(x)$  on muutja  $x$  suhtes polünoomid (hulkliikmed).  
Lahendamiseks

$$P(x) = 0, \quad Q(x) \neq 0.$$

**12.** Lahendada

$$\frac{2x^2 + 4x - 6}{(x + 3)(x - 17)} = 0$$

**13.** Lahendada

$$\frac{x + 1}{4x} - \frac{5x - 1}{2x - 4} = \frac{8 - x}{3x^2 - 6x} - \frac{x - 5}{x - 2}$$

**14.** Lahendada

$$\frac{13}{x^3 + 1} - \frac{17x + 10}{5x^2 - 5x + 5} = -\frac{5}{x + 1}$$

**15.** Lahendada

$$\frac{x + a}{x - a} + \frac{x - a}{x + a} = \frac{a(3x + 2a)}{x^2 - a^2}$$

Juurvõrrand on võrrand, kus tundmatu esineb juuritavas. Lahendamiseks astendatakse võrrandi mõlemat poolt ühe ja sama astendajaga.

Juurvõrrandi lahendeid tuleb kontrollida!

**16.** Lahendada

$$\sqrt{70 - \sqrt[3]{10x + 56}} = 8$$

**17.** Lahendada

$$\sqrt[4]{2x - 7} = \sqrt[4]{3x - 10}$$

**18.** Lahendada

$$\sqrt{2x + 15} = \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 4}$$



**Võrrandisüsteemi** moodustavad samu tundmatuid sisaldavad kaks või enam võrrandit. Võrrandisüsteemi lahendid rahuldavad kõiki süsteemi kuuluvaid võrrandeid.

Lineaarvõrrandisüsteemide lahendamisel saab kasutada asendusvõtet, liitmisvõtet või determinante.

Võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

lahendamisel determinantide abil on lahendiks

$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} \\ y = \frac{D_y}{D}, \end{cases}$$

$$\text{kus } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0, \quad D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \text{ ja}$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

Meeldetuletuseks determinandi arvutamine:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - b_1 a_2.$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$$

$$= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2$$

**19.** Lahendada

$$\begin{cases} \frac{x+1}{y+2} = 5 \\ x-2y = 6 \end{cases}$$

**20.** Lahendada

$$\begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ x+y = 5 \end{cases}$$

**21.** Lahendada

$$\begin{cases} 2x - y - z = 5, \\ x + 3y - z = 4, \\ 5x + 2y + 2z = 8 \end{cases}$$

**22.** Lahendada

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x + 3y = 8 \\ z + 2 = -1 \end{cases}$$

**Võrratusest** räägitakse juhul, kui kaks matemaatilist avaldist on seotud ühega sümbolitest  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$  või  $\geq$ .

Võrratuse lahendamine on muutuja nende väärtuste määramine, mille korral võrratus osutub tõeseks.

Võrratusesüsteemi lahendihulgaks on selle süsteemi üksikute võrratuste lahendihulkade ühisosa.

23. Lahendada

$$5x - 2 \leq 6x + 10$$

24. Lahendada

$$\frac{3x - 13}{10} - \frac{5x - 1}{4} < -\frac{5x + 1}{3}$$

25. Lahendada

$$-4x^2 + 3x + 1 > 0$$

26. Lahendada

$$x(5x + 11) > 3(5x + 11)$$

27. Lahendada

$$(5 - x)^3(2 + x)(2x + 6)^2 < 0$$

28. Lahendada

$$x^5 > x^3$$

**29.** Lahendada

$$(x + 2)(-x^2 + x + 6) < 0$$

**30.** Lahendada

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x + 3} \geq 0$$

**31.** Lahendada

$$\begin{cases} (2x - 3)(x + 4) < 0 \\ (x - 2)(x + 1) < 0 \end{cases}$$

**32.** Leida suurim ja vähim täisarv, mis osutuvad süsteemi lahendiks

$$\begin{cases} \frac{2x - 1}{x} - \frac{x - 1}{x + 1} \leq 1 \\ \frac{3x - 1}{x + 2} \leq 1 \end{cases}$$