

Õppeaine
YMR3720 TÕENÄOSUSTEORIA JA
MATEMAATILINE STATISTIKA
6. harjutus

1. Kui suur on tõenäosus, et 100kordsel mündi viskamisel esineb vapp 40 kuni 60 korda?

2. Leidke $P(0 \leq X \leq 1)$ ja $P(|X - a| < 0, 1)$, kui juhuslik suurus X on normaaljaotusega, mille keskvärtus on 2 ning dispersioon on 9.

Juhuslik vektor

Kahemõõtmeline juhuslik vektor $(X; Y)$ on **diskreetne juhuslik vektor**, kui on teada kummagi koordinaadi x_i ($i = 1, 2, \dots$) ja y_j ($j = 1, 2, \dots$) võimalikud väärtuspaarid (x_i, y_j) ning nende omandamise tõenäosused p_{ij} . Jaotustabeliga

		y_1	y_2	y_3	\dots
x_1		p_{11}	p_{12}	p_{13}	\dots
x_2		p_{21}	p_{22}	p_{23}	\dots
\dots		\dots	\dots	\dots	\dots

on määratud ka kummagi koordinaadi jaotused ja keskvärtused EX ja EY . Koordinaadi Y tinglik jaotus koordinaadi X suhtes on defineeritud tõenäosusega

$$p(y_j/x_i) = \frac{p_{ij}}{\sum_j p_{ij}}.$$

Koordinaadi Y keskvärtust oma tingliku jaotuse järgi X suhtes nimetatakse Y regressiooniks X suhtes

$$E(Y/x_i) = \frac{\sum_j y_j p_{ij}}{\sum_j p_{ij}}.$$

Analoogiliselt saab defineerida ka $p(x_i/y_j)$ ja $E(X/y_j)$.

Juhuslike suuruste X ja Y kovariatsiooniks $\text{cov}(X, Y)$ nimetatakse keskvärtust

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - EX)(Y - EY)] = E(XY) - EX \cdot EY$$

ja korrelatsioonikordajaks r_{xy} nimetatakse suhet

$$r_{xy} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y}.$$

Kui X ja Y on sõltumatud, siis $\text{cov}(X, Y) = 0$ ja $r_{xy} = 0$. Kui X ja Y on lineaarselt sõltuvad, siis $|r_{xy}| = 1$.

3. Diskreetne juhuslik vektor (X, Y) on esitatud jaotustabeliga

$y_j \setminus x_i$	0	1	2
2	0,3	0	0,2
3	0,1	0,2	0,2

Leidke EX , EY , DX , DY , σ_x , σ_y , $\text{cov}(X, Y)$ ja r_{xy} . Kas selle vektori komponendid on sõltuvad, korreleeruvad?

4. Seadmes on kolm teistest sõltumatut sõlme. Iga sõlm on defektita tõenäosusega 0,9. Koostage juhusliku vektori (X, Y) , kus X on defektita sõlmede arv, Y vastavalt defektiga sõlmede arv, jaotustabel. Leidke marginaalsed jaotusseadused, EX , EY , DX , DY , σ_x , σ_y , $\text{cov}(X, Y)$ ja r_{xy} . Kas selle vektori komponendid on sõltuvad, korreleeruvad?

Kui kõik kolm sõlme on defektiga, siis praagitakse seade välja, kui ühel või kahel sõlmel on defekt, siis saadetakse seade remonti. Kui suur on tõenäosus, et kontrollitud seade läheb remonti?

5. Diskreetne juhuslik vektor (X, Y) on esitatud jaotustabeliga

$y_j \setminus x_i$	0	1	2	3	4
1	0,1	0,2	0,1	0	0
2	0	0,1	0,1	0,1	0
3	0	0	0	0,2	0,1

Leidke X jaotus, Y tinglik jaotus, EX , EY , DX , DY , σ_x , σ_y , $\text{cov}(X, Y)$ ja r_{xy} ja Y regressioon X suhtes.