Ekstreemumülesannete lahendamine

Vaatame m-muutuja funktsioon $f(x)$, mille argumendiks on $x = (x_1; x_2; \ldots; x_m)$ ning vaja on leida selle funktsiooni maksimum või miinimum. Funktsiooni miinimumi leidmiseks saab kasutada iteratiivseid meetodeid, mille korral liigutakse järk-järgult miinimumpunkti poole funktsiooni kahanemise suunas. Olgu algähend $x^0 = (x_1^0; x_2^0; \ldots; x_m^0) \in R^m$ ja arvutame funktsiooni $f(x)$ gradiendi punktis x^0:

$$v^0 = \mathrm{grad} f(x^0) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x^0); \ldots; \frac{\partial}{\partial x_m} f(x^0) \right).$$

Ekstreemumülesannete lahendamine

Vaatame m-muutuja funktsioon $f(x)$, mille argumendiks on $x = (x_1; x_2; \ldots; x_m)$ ning vaja on leida selle funktsiooni maksimum või miinimum. Funktsiooni miinimumi leidmiseks saab kasutada iteratiivseid meetodeid, mille korral liigutakse järk-järgult miinimumpunkti poole funktsiooni kahanemise suunas. Olgu algähend $x^0 = (x_1^0; x_2^0; \ldots; x_m^0) \in R^m$ ja arvutame funktsiooni $f(x)$ gradiendi punktis x^0:

$$v^0 = \mathrm{grad} f(x^0) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x^0); \ldots; \frac{\partial}{\partial x_m} f(x^0) \right).$$

Ekstreemumülesannete lahendamine

Vaatame m-muutuja funktsioon $f(x)$, mille argumendiks on $x = (x_1; x_2; \ldots; x_m)$ ning vaja on leida selle funktsiooni maksimum või miinimum. Funktsiooni miinimumi leidmiseks saab kasutada iteratiivseid meetodeid, mille korral liigutakse järk-järgult miinimumpunkti poole funktsiooni kahanemise suunas. Olgu algähend $x^0 = (x_1^0; x_2^0; \ldots; x_m^0) \in R^m$ ja arvutame funktsiooni $f(x)$ gradiendi punktis x^0:

$$v^0 = \mathrm{grad} f(x^0) = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} f(x^0); \ldots; \frac{\partial}{\partial x_m} f(x^0) \right).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks**. Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks**. Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1} v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks**. Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks**. Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1}v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks**. Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks**. Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1} v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks**.

Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks**. Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1} v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks**. Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks**. Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1}v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Antigradient ehk vektor $-v^0$ määrab suuna, milles funktsioon $f(x)$ kahaneb kõige kiiremini punktist x^0 lähtudes. Sellest tulenevalt leiame uue lähendi x^1 selliselt, et liigume punktist x^0 teatud sammu võrra vektori $-v^0$ suunas, st arvutame $x^1 = x^0 - t_0 v^0$. Arv t_0 on sammu pikkus, mis tuleb valida selliselt, et funktsioon f kahaneks, st kehtiks võrratus $f(x^1) < f(x^0)$. Punktist x^1 liigume edasi analoogiliselt. Sellist eeskirja kasutavaid meetodeid nimetatakse **gradientmeetoditeks.** Optimaalne sammu pikkus t_{n-1} on selline, mille korral funktsioon $f(x)$ on punktist x^{n-1} lähtuval antigradiendi $-v^{n-1}$ suunal minimaalne. Selleks tuleb valida t_{n-1} nii, et ühe muutuja t funktsioon $f(x^{n-1} - tv^{n-1})$ saavutaks miinimumi punktis $t = t_{n-1}$. Kui gradientmeetodis on sammu pikkus valitud sellise eeskirja kohaselt, siis nimetatakse seda meetodit **kiireima languse meetodiks.** Seega tuleb kiireima languse meetodis n-ndal sammul lahendada ühe muutuja funktsiooni miinimumülesanne

$$f(x^{n-1} - t_{n-1} v^{n-1}) = \min_{t \in R} f(x^{n-1} - tv^{n-1}).$$

Kiireima languse meetod ruutfunktsiooni korral

Olgu $f(x)$ ruutfunktsioon, st

$$f(x) = \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_i + \gamma,$$

kus $\alpha_{i,j}$, β_i ja γ on konstandid.
Olgu

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mm} \end{pmatrix}$$

sümmeetriline, st $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.
Ruutfunktsiooni saab lühemalt kirjutada kujule

$$f(x) = Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma.$$

Kiireima languse meetod ruutfunktsiooni korral

Olgu $f(x)$ ruutfunktsioon, st

$$f(x) = \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_i + \gamma,$$

kus $\alpha_{i,j}$, β_i ja γ on konstandid.
Olgu

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mm} \end{pmatrix}$$

sümmeetriline, st $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.
Ruutfunktsiooni saab lühemalt kirjutada kujule

$$f(x) = Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma.$$

Kiireima languse meetod ruutfunktsiooni korral

Olgu $f(x)$ ruutfunktsioon, st

$$f(x) = \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_i + \gamma,$$

kus $\alpha_{i,j}$, β_i ja γ on konstandid.
Olgu

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mm} \end{pmatrix}$$

sümmeetriline, st $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.
Ruutfunktsiooni saab lühemalt kirjutada kujule

$$f(x) = Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma.$$

Kiireima languse meetod ruutfunktsiooni korral

Olgu $f(x)$ ruutfunktsioon, st

$$f(x) = \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{m} \beta_i x_i + \gamma,$$

kus $\alpha_{i,j}$, β_i ja γ on konstandid.
Olgu

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mm} \end{pmatrix}$$

sümmeetriline, st $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$.
Ruutfunktsiooni saab lühemalt kirjutada kujule

$$f(x) = Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma \right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k}\left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma \right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Miinimumi leidumiseks

$$Ax \cdot x > 0 \quad \forall x \neq 0.$$

Leiame osatuletised

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[Ax \cdot x + \beta \cdot x + \gamma\right] =$$

$$= \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} \frac{\partial x_i}{\partial x_k} x_j + \sum_{i,j=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i \frac{\partial x_j}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \frac{\partial x_i}{\partial x_k} =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \alpha_{k,j} x_j + \sum_{i=1}^{m} \alpha_{i,j} x_i + \beta_k = \sum_{i=1}^{m} (\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k}) x_i + \beta_k.$$

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2 \sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2\sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2\sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2\sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2\sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

Sümmeetrilisusest $\alpha_{k,i} + \alpha_{i,k} = \alpha_{k,i} + \alpha_{k,i} = 2\alpha_{k,i}$. Seega

$$\frac{\partial}{\partial x_k} f(x) = 2\sum_{i=1}^{m} \alpha_{k,i} x_i + \beta_k.$$

Järelikult

$$\mathrm{grad} f(x) = 2Ax + \beta$$

ning

$$v^{n-1} = \mathrm{grad} f(x^{n-1}) = 2Ax^{n-1} + \beta.$$

Määrame ka sammu pikkuse t. Selleks

$$f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = A(x^{n-1} - tv^{n-1}) \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \beta \cdot (x^{n-1} - tv^{n-1}) + \gamma.$$

Leiame tuletise muutuja t suhtes

$$\frac{d}{dt}f(x^{n-1}-tv^{n-1}) = -Av^{n-1}\cdot x^{n-1} - Ax^{n-1}\cdot v^{n-1} + 2tAv^{n-1}\cdot v^{n-1} - \beta\cdot v^{n-1}.$$

Teadupärast saab seosest $\frac{d}{dt}f(x^{n-1}-tv^{n-1}) = 0$ määrata optimaalse sammu pikkuse

$$t_{n-1} = \frac{Av^{n-1}\cdot x^{n-1} + Ax^{n-1}\cdot v^{n-1} + \beta\cdot v^{n-1}}{2Av^{n-1}\cdot v^{n-1}}.$$

$$\frac{d}{dt}f(x^{n-1}-tv^{n-1}) = -Av^{n-1}\cdot x^{n-1} - Ax^{n-1}\cdot v^{n-1} + 2tAv^{n-1}\cdot v^{n-1} - \beta\cdot v^{n-1}.$$

Teadupärast saab seosest $\frac{d}{dt}f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = 0$ määrata optimaalse sammu pikkuse

$$t_{n-1} = \frac{Av^{n-1}\cdot x^{n-1} + Ax^{n-1}\cdot v^{n-1} + \beta\cdot v^{n-1}}{2Av^{n-1}\cdot v^{n-1}}.$$

$$\frac{d}{dt}f(x^{n-1}-tv^{n-1}) = -Av^{n-1}\cdot x^{n-1}-Ax^{n-1}\cdot v^{n-1}+2tAv^{n-1}\cdot v^{n-1}-\beta\cdot v^{n-1}.$$

Teadupärast saab seosest $\frac{d}{dt}f(x^{n-1} - tv^{n-1}) = 0$ määrata optimaalse sammu pikkuse

$$t_{n-1} = \frac{Av^{n-1} \cdot x^{n-1} + Ax^{n-1} \cdot v^{n-1} + \beta \cdot v^{n-1}}{2Av^{n-1} \cdot v^{n-1}}.$$