Diferentsiaalvõrrandid

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis sisaldab otsitavate funktsioonide tuletisi või diferentsiaale.

1. järku HDV **üldkuju** on järgmine:

$$F(x, u, u') = 0,$$

kus $F(x; u; v)$ on kolme muutuja funktsioon.
1. järku HDV **normaalkuju** järgmine:

$$u' = f(x, u),$$

kus f on kahe muutuja funktsioon.

Diferentsiaalvõrrandid

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis sisaldab otsitavate funktsioonide tuletisi või diferentsiaale.

1. järku HDV **üldkuju** on järgmine:

$$F(x, u, u') = 0,$$

kus $F(x; u; v)$ on kolme muutuja funktsioon.
1. järku HDV **normaalkuju** järgmine:

$$u' = f(x, u),$$

kus f on kahe muutuja funktsioon.

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis sisaldab otsitavate funktsioonide tuletisi või diferentsiaale.

1. järku HDV **üldkuju** on järgmine:

$$F(x, u, u') = 0,$$

kus $F(x; u; v)$ on kolme muutuja funktsioon.

1. järku HDV **normaalkuju** järgmine:

$$u' = f(x, u),$$

kus f on kahe muutuja funktsioon.

Diferentsiaalvõrrandid

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis sisaldab otsitavate funktsioonide tuletisi või diferentsiaale.

1. järku HDV **üldkuju** on järgmine:

$$F(x, u, u') = 0,$$

kus $F(x; u; v)$ on kolme muutuja funktsioon.
1. järku HDV **normaalkuju** järgmine:

$$u' = f(x, u),$$

kus f on kahe muutuja funktsioon.

Diferentsiaalvõrrandid

Definitsioon

Diferentsiaalvõrrandiks nimetatakse võrrandit, mis sisaldab otsitavate funktsioonide tuletisi või diferentsiaale.

1. järku HDV **üldkuju** on järgmine:

$$F(x, u, u') = 0,$$

kus $F(x; u; v)$ on kolme muutuja funktsioon.
1. järku HDV **normaalkuju** järgmine:

$$u' = f(x, u),$$

kus f on kahe muutuja funktsioon.

Diferentsiaalvõrrandi lahend on funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit. Diferentsiaalvõrrand ei ole üheselt lahenduv, see tähendab, et võrrandil on palju lahendeid.

Vaatleme normaalkujulist I-järku HDV-d. Selle võrrandi üldlahend sõltub ühest parameetrist C. Selle määramiseks on vaja lisada sellele võrrandile lisatingimus.

$$\begin{cases} u' = f(x, u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

Sellist ülesannet nimetatakse Cauchy ehk algtingimustega ülesandeks. Cauchy teoreemi põhjal on teada, et kui funktsioon f on pidev ja tal on pidevad osatuletised kõigi argumentide järgi, siis on sellisel Cauchy ülesandel parajasti üks lahend.

Diferentsiaalvõrrandi lahend on funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit. Diferentsiaalvõrrand ei ole üheselt lahenduv, see tähendab, et võrrandil on palju lahendeid.

Vaatleme normaalkujulist I-järku HDV-d. Selle võrrandi üldlahend sõltub ühest parameetrist C. Selle määramiseks on vaja lisada sellele võrrandile lisatingimus.

$$\begin{cases} u' = f(x, u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

Sellist ülesannet nimetatakse Cauchy ehk algtingimustega ülesandeks. Cauchy teoreemi põhjal on teada, et kui funktsioon f on pidev ja tal on pidevad osatuletised kõigi argumentide järgi, siis on sellisel Cauchy ülesandel parajasti üks lahend.

Diferentsiaalvõrrandi lahend on funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit. Diferentsiaalvõrrand ei ole üheselt lahenduv, see tähendab, et võrrandil on palju lahendeid.
Vaatleme normaalkujulist I-järku HDV-d. Selle võrrandi üldlahend sõltub ühest parameetrist C. Selle määramiseks on vaja lisada sellele võrrandile lisatingimus.

$$\begin{cases} u' = f(x, u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

Sellist ülesannet nimetatakse Cauchy ehk algtingimustega ülesandeks. Cauchy teoreemi põhjal on teada, et kui funktsioon f on pidev ja tal on pidevad osatuletised kõigi argumentide järgi, siis on sellisel Cauchy ülesandel parajasti üks lahend.

Diferentsiaalvõrrandi lahend on funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit. Diferentsiaalvõrrand ei ole üheselt lahenduv, see tähendab, et võrrandil on palju lahendeid.

Vaatleme normaalkujulist I-järku HDV-d. Selle võrrandi üldlahend sõltub ühest parameetrist C. Selle määramiseks on vaja lisada sellele võrrandile lisatingimus.

$$\begin{cases} u' = f(x, u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

Sellist ülesannet nimetatakse Cauchy ehk algtingimustega ülesandeks. Cauchy teoreemi põhjal on teada, et kui funktsioon f on pidev ja tal on pidevad osatuletised kõigi argumentide järgi, siis on sellisel Cauchy ülesandel parajasti üks lahend.

Diferentsiaalvõrrandi lahend on funktsioon, mis rahuldab seda võrrandit. Diferentsiaalvõrrand ei ole üheselt lahenduv, see tähendab, et võrrandil on palju lahendeid.

Vaatleme normaalkujulist I-järku HDV-d. Selle võrrandi üldlahend sõltub ühest parameetrist C. Selle määramiseks on vaja lisada sellele võrrandile lisatingimus.

$$\begin{cases} u' = f(x,u) \\ u(x_0) = u_0 \end{cases}$$

Sellist ülesannet nimetatakse Cauchy ehk algtingimustega ülesandeks. Cauchy teoreemi põhjal on teada, et kui funktsioon f on pidev ja tal on pidevad osatuletised kõigi argumentide järgi, siis on sellisel Cauchy ülesandel parajasti üks lahend.

Harilike diferentsiaalvõrrandite ligikaudne lahendamine

Vaatame Cauchy ülesannet

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u), \\ u(x_0) = u_0, \end{cases}$$

kus x_0 ja u_0 on etteantud suurused ning $x \in \mathbb{R}$. Ligikaudsel lahendamisel fikseeritakse mingid sõlmed $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < \ldots$ ja otsitakse ülesande lahendi u lähisväärtusi nendes sõlmedes, st arve $u_1, u_2, u_3, \ldots$ nii, et $u_i \approx u(x_i)$.

Harilike diferentsiaalvõrrandite ligikaudne lahendamine

Vaatame Cauchy ülesannet

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u), \\ u(x_0) = u_0, \end{cases}$$

kus x_0 ja u_0 on etteantud suurused ning $x \in \mathbb{R}$. Ligikaudsel lahendamisel fikseeritakse mingid sõlmed $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < \ldots$ ja otsitakse ülesande lahendi u lähisväärtusi nendes sõlmedes, st arve $u_1, u_2, u_3, \ldots$ nii, et $u_i \approx u(x_i)$.

Olgu võrk ühtlane, st $x_i - x_{i-1} = h$, $i = 1, 2, \ldots$.

Euleri meetod

$$u_{i+1} = u_i + hf(x_i, u_i).$$

Meetodi viga saab hinnata $u_{i+1} - u(x_{i+1}) = O(h^2)$.

Teoreem

Kui funktsiooni f esimest järku osatuletised on tõkestatud, siis Euleri meetodiga arvutatud $u_1, u_2, \ldots, u_{i+1}$ korral rahuldab u_{i+1} hinnangut

$$|u_{i+1} - u(x_{i+1})| \leq C_i max_{x \in [x_0, x_{i+1}]} |u''(x)| h$$

iga $i = 0, 1, \ldots$ korral, kus $C_i = e^{K(x_{i+1} - x_0)}$ ja K on funktsioonist f sõltuv konstant.

Olgu võrk ühtlane, st $x_i - x_{i-1} = h$, $i = 1, 2, \ldots$.
Euleri meetod

$$u_{i+1} = u_i + hf(x_i, u_i).$$

Meetodi viga saab hinnata $u_{i+1} - u(x_{i+1}) = O(h^2)$.

Teoreem

Kui funktsiooni f esimest järku osatuletised on tõkestatud, siis Euleri meetodiga arvutatud $u_1, u_2, \ldots, u_{i+1}$ korral rahuldab u_{i+1} hinnangut

$$|u_{i+1} - u(x_{i+1})| \leq C_i max_{x \in [x_0, x_{i+1}]} |u''(x)| h$$

iga $i = 0, 1, \ldots$ korral, kus $C_i = e^{K(x_{i+1} - x_0)}$ ja K on funktsioonist f sõltuv konstant.

Olgu võrk ühtlane, st $x_i - x_{i-1} = h$, $i = 1, 2, \ldots$.
Euleri meetod

$$u_{i+1} = u_i + hf(x_i, u_i).$$

Meetodi viga saab hinnata $u_{i+1} - u(x_{i+1}) = O(h^2)$.

Teoreem

Kui funktsiooni f esimest järku osatuletised on tõkestatud, siis Euleri meetodiga arvutatud $u_1, u_2, \ldots, u_{i+1}$ korral rahuldab u_{i+1} hinnangut

$$|u_{i+1} - u(x_{i+1})| \leq C_i max_{x \in [x_0, x_{i+1}]} |u''(x)| h$$

iga $i = 0, 1, \ldots$ korral, kus $C_i = e^{K(x_{i+1} - x_0)}$ ja K on funktsioonist f sõltuv konstant.

Olgu võrk ühtlane, st $x_i - x_{i-1} = h$, $i = 1, 2, \ldots$.
Euleri meetod

$$u_{i+1} = u_i + hf(x_i, u_i).$$

Meetodi viga saab hinnata $u_{i+1} - u(x_{i+1}) = O(h^2)$.

Teoreem

Kui funktsiooni f esimest järku osatuletised on tõkestatud, siis Euleri meetodiga arvutatud $u_1, u_2, \ldots, u_{i+1}$ korral rahuldab u_{i+1} hinnangut

$$|u_{i+1} - u(x_{i+1})| \leq C_i max_{x \in [x_0, x_{i+1}]} |u''(x)| h$$

iga $i = 0, 1, \ldots$ korral, kus $C_i = e^{K(x_{i+1} - x_0)}$ ja K on funktsioonist f sõltuv konstant.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Trapetsvalemi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f(x_{i+1}, u_{i+1})$$

Meetod on teist järku, kuna tema lokaalne viga on hinnatav suurusega Ch^3.

Prognoosi-korrektsiooni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{2} f(x_i, u_i) + \frac{h}{2} f\left(x_{i+1}, u_i + hf(x_i, u_i)\right).$$

Meetod on teist järku.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.

Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.

Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.
Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.
Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.

Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.
Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.
Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.
Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.
Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.
Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Keskpunkti meetod

$$u_{i+1} = u_{i-1} + 2hf(x_i, u_i).$$

Meetodi lokaalne viga on $O(h^3)$.
Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 hf(x_i, u_i) + c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right),$$

kus c_1, c_2, α ja β on konstandid.
Kui $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$ ja $\alpha = \beta = 1$, siis saame prognoosi-korrektsiooni meetodi.

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} = u(x_{i+1}) - u_i - c_1 hf(x_i, u_i) - c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right).$$

Kui $u_i = u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_{i+1}) - u(x_i) - c_1 hf(x_i, u_i) - c_2 hf\left(x_i + \alpha h, u_i + \beta hf(x_i, u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_i) + hf + \frac{h^2}{2}(f_x + f_u f) + O(h^3) -$$

$$-u(x_i) - c_1 hf - c_2 h[f + \alpha hf_x + \beta hff_u + O(h^2)] =$$

$$= h[1 - c_1 - c_2]f + h^2\left[\left(\frac{1}{2} - c_2\alpha\right)f_x + \left(\frac{1}{2} - c_2\beta\right)ff_u\right] + O(h^3).$$

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1})-u_{i+1} = u(x_{i+1})-u_i-c_1 hf(x_i,u_i)-c_2 hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Kui $u_i = u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_{i+1}) - u(x_i) - c_1 hf(x_i,u_i) - c_2 hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_i) + hf + \frac{h^2}{2}(f_x + f_u f) + O(h^3) -$$

$$-u(x_i) - c_1 hf - c_2 h[f + \alpha hf_x + \beta hff_u + O(h^2)] =$$

$$= h[1 - c_1 - c_2]f + h^2\left[\left(\frac{1}{2} - c_2\alpha\right) f_x + \left(\frac{1}{2} - c_2\beta\right) ff_u\right] + O(h^3).$$

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1})-u_{i+1} = u(x_{i+1})-u_i-c_1 hf(x_i,u_i)-c_2 hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Kui $u_i = u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_{i+1}) - u(x_i) - c_1 hf(x_i,u_i) - c_2 hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_i) + hf + \frac{h^2}{2}(f_x + f_u f) + O(h^3) -$$

$$-u(x_i) - c_1 hf - c_2 h[f + \alpha hf_x + \beta hff_u + O(h^2)] =$$

$$= h[1-c_1-c_2]f + h^2\left[\left(\frac{1}{2}-c_2\alpha\right)f_x + \left(\frac{1}{2}-c_2\beta\right)ff_u\right] + O(h^3).$$

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1})-u_{i+1} = u(x_{i+1})-u_i-c_1hf(x_i,u_i)-c_2hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Kui $u_i = u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_{i+1}) - u(x_i) - c_1hf(x_i,u_i) - c_2hf\left(x_i+\alpha h, u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1}) - u_{i+1} =$$

$$= u(x_i) + hf + \frac{h^2}{2}(f_x + f_u f) + O(h^3) -$$

$$-u(x_i) - c_1 hf - c_2 h[f + \alpha hf_x + \beta hff_u + O(h^2)] =$$

$$= h[1 - c_1 - c_2]f + h^2\left[\left(\frac{1}{2} - c_2\alpha\right)f_x + \left(\frac{1}{2} - c_2\beta\right)ff_u\right] + O(h^3).$$

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=u(x_{i+1})-u_i-c_1hf(x_i,u_i)-c_2hf\left(x_i+\alpha h,u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Kui $u_i=u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=$$

$$=u(x_{i+1})-u(x_i)-c_1hf(x_i,u_i)-c_2hf\left(x_i+\alpha h,u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=$$

$$=u(x_i)+hf+\frac{h^2}{2}(f_x+f_uf)+O(h^3)-$$

$$-u(x_i)-c_1hf-c_2h[f+\alpha hf_x+\beta hff_u+O(h^2)]=$$

$$=h[1-c_1-c_2]f+h^2\left[\left(\frac{1}{2}-c_2\alpha\right)f_x+\left(\frac{1}{2}-c_2\beta\right)ff_u\right]+O(h^3).$$

Uurime Runge-Kutta meetodi viga. Selleks

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=u(x_{i+1})-u_i-c_1hf(x_i,u_i)-c_2hf\left(x_i+\alpha h,u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Kui $u_i=u(x_i)$, siis

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=$$
$$=u(x_{i+1})-u(x_i)-c_1hf(x_i,u_i)-c_2hf\left(x_i+\alpha h,u_i+\beta hf(x_i,u_i)\right).$$

Siis

$$u(x_{i+1})-u_{i+1}=$$

$$=u(x_i)+hf+\frac{h^2}{2}(f_x+f_uf)+O(h^3)-$$
$$-u(x_i)-c_1hf-c_2h[f+\alpha hf_x+\beta hff_u+O(h^2)]=$$

$$=h[1-c_1-c_2]f+h^2\left[\left(\frac{1}{2}-c_2\alpha\right)f_x+\left(\frac{1}{2}-c_2\beta\right)ff_u\right]+O(h^3).$$

Kui kehtib

$$c_2 = 1 - c_1,$$

$$\alpha = \beta = \frac{1}{2(1 - c_1)},$$

siis on tegu II järku Runge-Kutta meetodiga.

$k-$järku Runge-Kutta meetod

$$u_{i+1} = u_i + c_1 F_1 + c_2 F_2 + \ldots + c_k F_k,$$

kus

$$F_1 = hf(x_i, u_i),$$

$$F_2 = hf(x_i + \alpha_2 h, u_i + \beta_{21} F_1),$$

$$F_3 = hf(x_i + \alpha_3 h, u_i + \beta_{31} F_1 + \beta_{32} F_2),$$

$$\ldots$$

$$F_k = hf(x_i + \alpha_k h, u_i + \beta_{k1} F_1 + \beta_{k2} F_2 + \ldots + b_{k,k-1} F_{k-1}).$$

Adams-Bashforthi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \gamma_{k,j} f(x_{i-j}, u_{i-j}).$$

Adams-Moultoni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \hat{\gamma_{k,j}} f(x_{i-j+1}, u_{i-j+1}).$$

Adams-Bashforthi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \gamma_{k,j} f(x_{i-j}, u_{i-j}).$$

Adams-Moultoni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \hat{\gamma_{k,j}} f(x_{i-j+1}, u_{i-j+1}).$$

Adams-Bashforthi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \gamma_{k,j} f(x_{i-j}, u_{i-j}).$$

Adams-Moultoni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \hat{\gamma_{k,j}} f(x_{i-j+1}, u_{i-j+1}).$$

Adams-Bashforthi meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \gamma_{k,j} f(x_{i-j}, u_{i-j}).$$

Adams-Moultoni meetod

$$u_{i+1} = u_i + \sum_{j=0}^{k} \hat{\gamma_{k,j}} f(x_{i-j+1}, u_{i-j+1}).$$