Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks**.

Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks**.

Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks.**

Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks.**
Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.
Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks.**

Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a) - f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Tuletiste ligikaudne arvutamine

Ligikaudseid valemeid tuletiste arvutamiseks nimetatakse **diferentsvalemiteks.**
Diferentsvalem sammuga ette:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h)-f(a)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.
Diferentsvalem sammuga taha:

$$f'(a) \approx \frac{f(a)-f(a-h)}{h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h.

Keskmistatud diferentsvalem:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.
Diferentsvalem teist järku tuletise arvutamiseks:

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.

Keskmistatud diferentsvalem:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.
Diferentsvalem teist järku tuletise arvutamiseks:

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.

Keskmistatud diferentsvalem:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h},$$

kus $h > 0$. Kui $f''(x)$ on tõkestatud, siis viga on suurusjärku h^2.
Diferentsvalem teist järku tuletise arvutamiseks:

$$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$$

Valem on teist järku täpsusega.

Määratud integraalide ligikaudne arvutamine

Integraali $\int_a^b f(x)dx$ ligikaudse arvutamise valemeid nimetatakse **kvadratuurvalemiteks**.

Integraali leidmise saab asendada integraalsumma leidmisega. Lõigu $[a, b]$ tükelduse $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ korral on integraalsumma defineeritud

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(p_i)\Delta x_i,$$

kus $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ ja $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.

Ühtlase võrgu korral

$$S_n = h\sum_{i=1}^{n} f(p_i).$$

Määratud integraalide ligikaudne arvutamine

Integraali $\int_a^b f(x)dx$ ligikaudse arvutamise valemeid nimetatakse **kvadratuurvalemiteks.**

Integraali leidmise saab asendada integraalsumma leidmisega. Lõigu $[a, b]$ tükelduse $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ korral on integraalsumma defineeritud

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(p_i)\Delta x_i,$$

kus $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ ja $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.

Ühtlase võrgu korral

$$S_n = h\sum_{i=1}^{n} f(p_i).$$

Määratud integraalide ligikaudne arvutamine

Integraali $\int_a^b f(x)dx$ ligikaudse arvutamise valemeid nimetatakse **kvadratuurvalemiteks**.

Integraali leidmise saab asendada integraalsumma leidmisega. Lõigu $[a, b]$ tükelduse $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ korral on integraalsumma defineeritud

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(p_i)\Delta x_i,$$

kus $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ ja $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.

Ühtlase võrgu korral

$$S_n = h\sum_{i=1}^{n} f(p_i).$$

Määratud integraalide ligikaudne arvutamine

Integraali $\int_a^b f(x)dx$ ligikaudse arvutamise valemeid nimetatakse **kvadratuurvalemiteks.**

Integraali leidmise saab asendada integraalsumma leidmisega. Lõigu $[a, b]$ tükelduse $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ korral on integraalsumma defineeritud

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(p_i)\Delta x_i,$$

kus $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ ja $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.

Ühtlase võrgu korral

$$S_n = h\sum_{i=1}^{n} f(p_i).$$

Määratud integraalide ligikaudne arvutamine

Integraali $\int_a^b f(x)dx$ ligikaudse arvutamise valemeid nimetatakse **kvadratuurvalemiteks.**
Integraali leidmise saab asendada integraalsumma leidmisega. Lõigu $[a, b]$ tükelduse $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$ korral on integraalsumma defineeritud

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(p_i)\Delta x_i,$$

kus $p_i \in [x_{i-1}, x_i]$ ja $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.
Ühtlase võrgu korral

$$S_n = h\sum_{i=1}^{n} f(p_i).$$

Siit

$$S_n = h \sum_{i=1}^{n} f(x_i).$$

Tegu on **ristkülikvalemiga**, valem on esimest järku täpsusega.

Newton-Cotesi kvadratuurvalem

Üldine kvadratuurvalemi üldkuju

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus A_i on kordajad, mis erinevad erinevate kvadratuurvalemite korral. Üks võimalus kvadratuurvalemi tuletamiseks on asendada funktsioon selle interpolandiga, st

$$f(x) \approx \Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i),$$

kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)}.$$

Newton-Cotesi kvadratuurvalem

Üldine kvadratuurvalemi üldkuju

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus A_i on kordajad, mis erinevad erinevate kvadratuurvalemite korral. Üks võimalus kvadratuurvalemi tuletamiseks on asendada funktsioon selle interpolandiga, st

$$f(x) \approx \Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i),$$

kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}.$$

Newton-Cotesi kvadratuurvalem

Üldine kvadratuurvalemi üldkuju

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus A_i on kordajad, mis erinevad erinevate kvadratuurvalemite korral. Üks võimalus kvadratuurvalemi tuletamiseks on asendada funktsioon selle interpolandiga, st

$$f(x) \approx \Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i),$$

kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}.$$

Newton-Cotesi kvadratuurvalem

Üldine kvadratuurvalemi üldkuju

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus A_i on kordajad, mis erinevad erinevate kvadratuurvalemite korral. Üks võimalus kvadratuurvalemi tuletamiseks on asendada funktsioon selle interpolandiga, st

$$f(x) \approx \Phi(x) = \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i),$$

kus

$$L_{n,i}(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\ldots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\ldots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\ldots(x_i - x_n)}.$$

Siis

$$S_n = \int_a^b \Phi(x)dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i) dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \int_a^b L_{n,i}(x) f(x_i) dx = \sum_{i=0}^{n} \left[\int_a^b L_{n,i}(x) dx \right] f(x_i).$$

Seega

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus

$$A_i = \int_a^b L_{n,i}(x) dx =$$

$$= \int_a^b \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} dx.$$

See on **Newton-Cotesi kvadratuurvalem.**

Siis

$$S_n = \int_a^b \Phi(x)dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i) dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \int_a^b L_{n,i}(x) f(x_i) dx = \sum_{i=0}^{n} \left[\int_a^b L_{n,i}(x) dx \right] f(x_i).$$

Seega

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus

$$A_i = \int_a^b L_{n,i}(x) dx =$$

$$= \int_a^b \frac{(x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \ldots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \ldots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \ldots (x_i - x_n)} dx.$$

See on **Newton-Cotesi kvadratuurvalem.**

Siis

$$S_n = \int_a^b \Phi(x)dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x) f(x_i) dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \int_a^b L_{n,i}(x) f(x_i) dx = \sum_{i=0}^{n} \left[\int_a^b L_{n,i}(x) dx \right] f(x_i).$$

Seega

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus

$$A_i = \int_a^b L_{n,i}(x) dx =$$

$$= \int_a^b \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} dx.$$

See on **Newton-Cotesi kvadratuurvalem.**

Siis

$$S_n = \int_a^b \Phi(x)dx = \int_a^b \sum_{i=0}^{n} L_{n,i}(x)f(x_i)dx =$$

$$= \sum_{i=0}^{n} \int_a^b L_{n,i}(x)f(x_i)dx = \sum_{i=0}^{n} \left[\int_a^b L_{n,i}(x)dx\right] f(x_i).$$

Seega

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

kus

$$A_i = \int_a^b L_{n,i}(x)dx =$$

$$= \int_a^b \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}\,dx.$$

See on **Newton-Cotesi kvadratuurvalem.**

Ühtlase võrgu korral saab esitada veahinnangu

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq \begin{cases} CM_n h^{n+3}, & \text{kui } n \text{ on paarisarv} \\ CM_n h^{n+2}, & \text{kui } n \text{ on paaritu arv} \end{cases}$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + \right.$$

$$\left. + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a,b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + \right.$$

$$\left. +2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + \right.$$

$$\left. + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + \right.$$

$$\left. + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots +\right.$$

$$\left. +2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left| \int_a^b f(x)dx - S_n \right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + \right.$$

$$\left. +2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left| \int_a^b f(x)dx - S_n \right| \leq Ch^4.$$

Trapetsvalem

$$S_n = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^2.$$

Simpsoni valem

Olgu lõigu $[a, b]$ osalõikude arv n paarisarv.

$$S_n = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots +\right.$$

$$\left. +2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right].$$

Simpsoni valemi veahinnang

$$\left|\int_a^b f(x)dx - S_n\right| \leq Ch^4.$$

Kordsete integraalide ligikaudne arvutamine ligikaudne arvutamine

Valemeid $\int \int_D \cdots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_n) dx_1 dx_2 \ldots, dx_n$ arvutamiseks nimetatakse kubatuurvalemiteks.

Kordse integraali saab esitada mitme järjestiku määratud integraalina ehk mitmikintegraalina, nende leidmiseks saab kasutada kvadratuurvalemeid. Nii saab näiteks integraali

$$\int_D \int f(x, y) dxdy$$

piirkonna $D = \{(x, y) : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$ korral esitada

$$\int_D \int f(x, y) dxdy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Kordsete integraalide ligikaudne arvutamine ligikaudne arvutamine

Valemeid $\int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_n) dx_1 dx_2 \ldots, dx_n$ arvutamiseks nimetatakse kubatuurvalemiteks.

Kordse integraali saab esitada mitme järjestiku määratud integraalina ehk mitmikintegraalina, nende leidmiseks saab kasutada kvadratuurvalemeid. Nii saab näiteks integraali

$$\int_D \int f(x, y) dxdy$$

piirkonna $D = \{(x, y) : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$ korral esitada

$$\int_D \int f(x, y) dxdy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Kordsete integraalide ligikaudne arvutamine ligikaudne arvutamine

Valemeid $\int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_n)dx_1 dx_2 \ldots, dx_n$ arvutamiseks nimetatakse kubatuurvalemiteks.

Kordse integraali saab esitada mitme järjestiku määratud integraalina ehk mitmikintegraalina, nende leidmiseks saab kasutada kvadratuurvalemeid. Nii saab näiteks integraali

$$\int_D\int f(x,y)dxdy$$

piirkonna $D = \{(x,y) : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$ korral esitada

$$\int_D\int f(x,y)dxdy = \int_a^b dx \int_c^d f(x,y)dy.$$

Kordsete integraalide ligikaudne arvutamine ligikaudne arvutamine

Valemeid $\int \int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots, dx_n$ arvutamiseks nimetatakse kubatuurvalemiteks.
Kordse integraali saab esitada mitme järjestiku määratud integraalina ehk mitmikintegraalina, nende leidmiseks saab kasutada kvadratuurvalemeid. Nii saab näiteks integraali

$$\int_D \int f(x, y) dx dy$$

piirkonna $D = \{(x, y) : a \leq x \leq b; c \leq y \leq d\}$ korral esitada

$$\int_D \int f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$$

Kasutades kaks korda trapetsvalemit, saame ligikaudse valemi

$$\int_D \int f(x,y)dxdy \approx$$

$$\approx \frac{h\tau}{4}\left[f(x_0,y_0) + 2f(x_0,y_1) + \ldots + 2f(x_0,y_{m-1}) + f(x_0,y_m) + \right.$$

$$+2f(x_1,y_0) + 4f(x_1,y_1) + \ldots + 4f(x_1,y_{m-1}) + 2f(x_1,y_m) + \ldots +$$

$$+2f(x_{n-1},y_0) + 4f(x_{n-1},y_1) + \ldots + 4f(x_{n-1},y_{m-1}) + 2f(x_{n-1},y_m) +$$

$$\left. +f(x_n,y_0) + 2f(x_n,y_1) + \ldots + 2f(x_n,y_{m-1}) + f(x_n,y_m)\right],$$

kus h on sammupikkus $[a;b]$ ning τ on sammupikkus $[c;d.]$ Ligikaudsel arvutamisel on vaja leida funktsiooni väärtus $(n+1)(m+1)$ sõlmes.

Kasutades kaks korda trapetsvalemit, saame ligikaudse valemi

$$\int_D \int f(x, y) dxdy \approx$$

$$\approx \frac{h\tau}{4} [f(x_0, y_0) + 2f(x_0, y_1) + \ldots + 2f(x_0, y_{m-1}) + f(x_0, y_m) +$$

$$+ 2f(x_1, y_0) + 4f(x_1, y_1) + \ldots + 4f(x_1, y_{m-1}) + 2f(x_1, y_m) + \ldots +$$

$$+ 2f(x_{n-1}, y_0) + 4f(x_{n-1}, y_1) + \ldots + 4f(x_{n-1}, y_{m-1}) + 2f(x_{n-1}, y_m) +$$

$$+ f(x_n, y_0) + 2f(x_n, y_1) + \ldots + 2f(x_n, y_{m-1}) + f(x_n, y_m)] \,,$$

kus h on sammupikkus $[a; b]$ ning τ on sammupikkus $[c; d.]$ Ligikaudsel arvutamisel on vaja leida funktsiooni väärtus $(n+1)(m+1)$ sõlmes.

Kasutades kaks korda trapetsvalemit, saame ligikaudse valemi

$$\int_D \int f(x,y)dxdy \approx$$

$$\approx \frac{h\tau}{4}\left[f(x_0,y_0)+2f(x_0,y_1)+\ldots+2f(x_0,y_{m-1})+f(x_0,y_m)+\right.$$

$$+2f(x_1,y_0)+4f(x_1,y_1)+\ldots+4f(x_1,y_{m-1})+2f(x_1,y_m)+\ldots+$$

$$+2f(x_{n-1},y_0)+4f(x_{n-1},y_1)+\ldots+4f(x_{n-1},y_{m-1})+2f(x_{n-1},y_m)+$$

$$\left.+f(x_n,y_0)+2f(x_n,y_1)+\ldots+2f(x_n,y_{m-1})+f(x_n,y_m)\right],$$

kus h on sammupikkus $[a;b]$ ning τ on sammupikkus $[c;d.]$ Ligikaudsel arvutamisel on vaja leida funktsiooni väärtus $(n+1)(m+1)$ sõlmes.

Monte Carlo meetod

Vaatame
$$\int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_N) dx_1 dx_2 \ldots, dx_N$$
arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \ldots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega.
Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida
$$Ef(x) = \int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_N) dx_1 dx_2 \ldots, dx_N.$$
Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \ldots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame

$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$

arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega. Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida

$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame

$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$

arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.

Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega. Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida

$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame
$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$
arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.

Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega. Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida
$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame

$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$

arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega. Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida

$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame

$$\int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_N) dx_1 dx_2 \ldots, dx_N$$

arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \ldots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega.
Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida

$$Ef(x) = \int\int_D \ldots \int f(x_1, x_2, \ldots, x_N) dx_1 dx_2 \ldots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \ldots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame
$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$
arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega.
Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida
$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Monte Carlo meetod

Vaatame

$$\int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N$$

arvutamist. Üldiselt on vaja sellise integraali leidmiseks arvutada funktsiooni f väärtus suurusjärk N^2 sõlmes.
Olgu piirkond D $N-$mõõtmeline ühikkuup. Olgu $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)$ juhuslikult valitud punkt sellest hulgast. Olgu X ühtlase jaotusega. Suurus $f(X)$ on punktist X sõltuv juhuslik funktsioon, tema keskväärtuse saab leida

$$Ef(x) = \int\int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N.$$

Valime hulgast D n punkti $\widetilde{X}^1, \widetilde{X}^2, \dots \widetilde{X}^n$.

Suuruse $f(x)$ statistiline keskväärtus

$$E_{stat} f(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\widetilde{X}^i).$$

Kui keskväärtus asendada statistilise keskväärtusega, siis

$$\int \int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\widetilde{X}^i).$$

Suuruse $f(x)$ statistiline keskväärtus

$$E_{stat} f(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\widetilde{X}^i).$$

Kui keskväärtus asendada statistilise keskväärtusega, siis

$$\int \int_D \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_N) dx_1 dx_2 \dots, dx_N \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(\widetilde{X}^i).$$